

5) a) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$\vec{BF} \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\|\vec{BF}\| = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$\vec{AF} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$

$\|\vec{AF}\| = \sqrt{2^2 + (-10)^2} = \sqrt{4 + 100} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$

b) $\|\vec{AB}\| = \|\vec{BF}\|$ dat $AB = BF$

or Le triangle ABE est donc isocèle en B.

De plus, on a : $AB^2 + BE^2 = 52 + 52 = 104$

or $AE^2 = 104$

Le triangle ABE est rectangle en B.

Le triangle ABE est isocèle et rectangle en B.

Exercices

1) soit $K \begin{pmatrix} x_k + 1 \\ y_k - 3 \end{pmatrix}$

$\vec{AK} = \frac{1}{2} \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_k + 1 \\ y_k - 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \int x_{k+1} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \int x_k = -\frac{3}{2}$
 $y_{k-3} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow y_k = \frac{1}{2}$

donc $K \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

• soit $L \begin{pmatrix} x_L \\ y_L \end{pmatrix}$

$L \vec{C} = \frac{1}{2} \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2-x_L \\ 4-y_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \int 2-x_L = -\frac{1}{2}$
 $4-y_L = -1$

$\Leftrightarrow \int x_L = \frac{3}{2}$
 $y_L = 5$

Donc $L \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 5 \end{pmatrix}$

• soit $M \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \end{pmatrix}$

$\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3-x_M \\ 3-y_M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2-x_M \\ 4-y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \int -1-x_M + 2-x_M = 0$
 $3-y_M + 4-y_M = 0$

$\Leftrightarrow \int 2x_M = 1$
 $2y_M = 7$

$\Leftrightarrow \int x_M = \frac{1}{2}$
 $y_M = \frac{7}{2}$

Donc $M \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

$\vec{KL} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{KM} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ or L

$\det(\vec{KL}, \vec{KM}) = 3 \times 3 - 0 \times 2$

$= 9 - 0$

\vec{KL} et \vec{KM} sont colinéaires donc

K, L et M sont alignés

Exercices

1) $2a(a-1) < 3(4a-3)(a-1)$

$\Leftrightarrow (a-1)(2a - 3(4a-3)) < 0$

$\Leftrightarrow (a-1)(2a - 12a + 9) < 0$

$\Leftrightarrow (a-1)(-10a + 9) < 0$

a	$-\infty$	$\frac{9}{10}$	1	$+\infty$
$a-1$	-	-	Φ +	+
$-10a+9$	+	Φ -	-	-
P	-	Φ +	Φ -	-

$S =]-\infty, \frac{9}{10}[\cup]1, +\infty[$

2) $\frac{1}{a} > \frac{3}{-7+6a} \Leftrightarrow \frac{-7+6a-3a}{a(-7+6a)} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{3a-7}{a(-7+6a)} > 0$

a	$-\infty$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$
$3a-7$	-	-	Φ +	+
a	-	Φ +	+	+
$-7+6a$	-	Φ +	-	-
Q	+	+	Φ -	+

$S =]\frac{7}{6}, \frac{7}{3}[\cup]1, +\infty[$