

## Sujet A

### Exercice 1

Résoudre dans  $\mathbb{C}$   $(1 + i)z^2 - z - 1 + i = 0$ .

### Exercice 2

Résoudre l'équation  $|z + 1| = |z| + 1$  d'inconnue  $z \in \mathbb{C}$ .

### Exercice 3

Trouver tous les entiers  $n$  tels que  $(1 - i\sqrt{3})^n \in \mathbb{R}$ .

### Exercice 4

Soit  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $x \not\equiv 0 [2\pi]$ . Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $D_n(x) = \sum_{k=-n}^n e^{ikx}$ .

Montrer que :

$$\sum_{k=0}^n D_k(x) = \frac{\sin^2\left(\frac{n+1}{2}x\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$$

**Sol ex 2**

$|z + 1|^2 = |z|^2 + 2 \operatorname{Re}(z) + 1$  et  $(|z| + 1)^2 = |z|^2 + 2|z| + 1$  donc  
 $|z + 1| = |z| + 1 \iff \operatorname{Re}(z) = |z| \iff z \in \mathbb{R}_+$ .