Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés ou encadrés.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-x^2 + 9)(-x^2 + 3x - 4)$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

2. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 2

On considère l'équation $(m-2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ où m est un réel donné.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation lorsque $m = 2$.

2. En supposant que $m \neq 2$, déterminer les éventuelles valeurs de m pour lesquelles l'équation admet deux solutions réelles.

Exercice 3

Un organisme de vacances propose des séjours en France et à l'étranger pour des jeunes. Ces derniers sont répartis en deux catégories suivant leur âge : adolescents ou jeunes enfants.

— 40 % des participants sont des adolescents et parmi eux, 70 % choisissent un séjour à l'étranger.

— Parmi les jeunes enfants, 90 % choisissent un séjour en France.

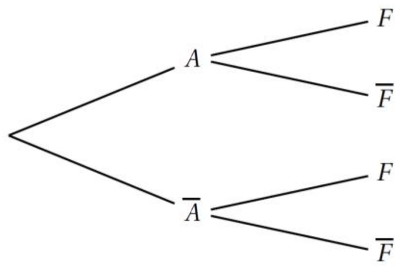
On interroge au hasard un participant à un séjour de cet organisme.

On note :

— A l'évènement « le participant est un adolescent »,

— F l'évènement « le participant choisit un séjour en France ».

1. Recopier et compléter sur la copie les branches de l'arbre de probabilité ci-dessous pour qu'il représente la situation.



2. Calculer la probabilité que le participant soit un adolescent et qu'il choisisse un séjour à l'étranger.

3. Montrer que la probabilité qu'un participant choisisse un séjour à l'étranger est 0,34.

4. Calculer la probabilité que le participant ne soit pas un adolescent, sachant qu'il part à l'étranger. Donner la valeur arrondie au centième de cette probabilité.

5. On interroge au hasard, et de manière indépendante, deux participants à des séjours de cet organisme pour connaître s'ils ont choisi un séjour en France ou non. L'organisation de ce sondage est telle qu'une même personne peut être interrogée deux fois.

Calculer la probabilité qu'au moins un des deux participants ait choisi un séjour en France. Donner cette probabilité arrondie au centième.

Exercice 4

Une angine peut être provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne) soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie. L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :
- B l'évènement : « l'angine est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

Si besoin, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité que l'angine soit bactérienne et que le test soit positif ?

3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.

4. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?

BONUS !

Le réel m étant donné, soit (E) l'équation

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0$$

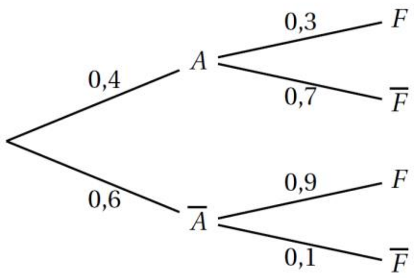
Déterminer pour quelle valeur de m, cette équation admet deux solutions distinctes dont la somme des carrés est égale à 50.

Barème indicatif **Ex 1 : 5.5** **Ex 2 : 5** **Ex 3 : 5** **Ex 4 : 4.5** **Bonus : 2**

<u>Corrigé du DS 2</u> (18/10/22)

<u>Exercice 3</u>

1.



2. On calcule $p\left(A \cap \overline{F}\right) = p(A) \times p_A\left(\overline{F}\right) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$.

3. On a aussi $p\left(\overline{A} \cap \overline{F}\right) = p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}\left(\overline{F}\right) = 0,6 \times 0,1 = 0,06$.

Or d'après la loi des probabilités totales :

$p\left(\overline{F}\right) = p\left(A \cap \overline{F}\right) + p\left(\overline{A} \cap \overline{F}\right) = 0,28 + 0,06 = 0,34$.

4. Il faut trouver :

$$p_{\overline{F}}(A) = \frac{p\left(\overline{F} \cap A\right)}{p\left(\overline{F}\right)} = \frac{0,28}{0,6} \approx 0,468 \approx 0,47.$$

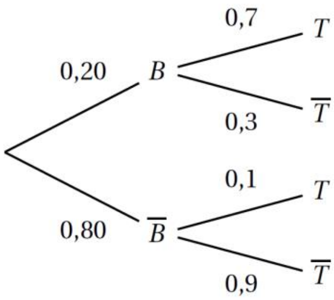
5. On a vu que la probabilité de choisir un participant ayant choisi un séjour à l'étranger est égale à $0,34$.

Donc la probabilité d'interroger deux participants (avec éventuellement deux fois le même participant) ayant choisi un séjour à l'étranger est égale à $0,34 \times 0,34 = 0,1296$.

Donc la probabilité qu'au moins un des deux participants ait choisi un séjour en France est égale à $1 - 0,1296 = 0,8704 \approx 0,87$.

<u>Exercice 4</u>

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.



2. Quelle est la probabilité que l'angine soit bactérienne et que le test soit positif?

On a $P(B \cap T) = P(B) \times P_B(T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$.

3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.

D'après la loi des probabilités totales :

$P(T) = P(T \cap B) + P\left(T \cap \overline{B}\right) = 0,14 + 0,8 \times 0,1 = 0,014 + 0,08 = 0,22$.

4. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne?

Il faut calculer $P_T(B) = \dfrac{P(T \cap B)}{P(T)} = \dfrac{0,14}{0,22} = \dfrac{14}{22} = \dfrac{7}{11} \approx 0,6363 \approx 0,636$ au millième près.