Exercice 1

1. Quelle est la différence entre le carré de 7 et la somme des sept premiers nombres impairs positifs ?
2. **a.** Les nombres 152, 224 et 376 sont-ils divisibles par 8 ?
   b. Soit la conjecture suivante : « Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 8 alors ce nombre est divisible par 8 ».
   Cette conjecture est-elle vraie ou fausse ?
3. La somme de trois entiers consécutifs est-elle divisible par 3 ?

Exercice 2

1. Pour tout n entier relatif, on donne :
   $A = 12n + 18$ $\quad B = (15n + 6) - (6n + 21)$ $\quad C = (3n + 6)(6n - 1)$
   Démontrer que A, B et C sont des multiples de 3.
2. Pour tout n entier relatif, on donne :
   $A = 6n + 5$ $\quad B = (5n + 2) + (3n - 1) - (4 + 4n)$
   $C = (4n + 1)(4n - 1) - 4$
   Démontrer que A, B et C sont des nombres impairs.

Exercice 3

1. Démontrer que si n un entier impair, alors $n^2 - 1$ est un multiple de 4.
2. Démontrer que si n un entier pair, alors $n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.

Exercice 4

Compléter le tableau ci-dessous, en mettant une croix dans la case si le nombre appartient à l'ensemble.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-15					
$2{,}18$					
$\sqrt{3}$					
$-3{,}14$					
$-\dfrac{17}{7}$					
-10^{-2}					
$\dfrac{\sqrt{3}}{9}$					
$\dfrac{10}{5}$					
-2023×10^2					

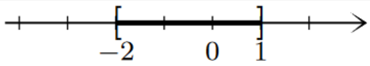
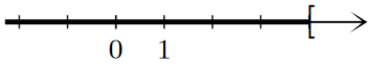
Exercice 5

Compléter par l'un des symboles : $\in$, $\notin$.

$\pi \ldots \left[\frac{333}{106}; \frac{22}{7}\right]$; $\quad -\frac{2}{3} \ldots \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$; $\quad 0{,}2 \ldots \left]\frac{1}{5}; +\infty\right[$; $\quad \sqrt{2} \ldots \left[\frac{7}{5}; 1{,}414\right[$

Exercice 6

Recopier et compléter le tableau suivant :

Inégalité	Intervalle	Représentation
$x < 2$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	
$\dots$	$[-2\ ;\ +\infty[$	$\dots$
$-1 \leqslant x \leqslant 2$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	
$\dots$	$]-\infty\ ;\ 0]$	$\dots$
$0 < x \leqslant 1$	$\dots$	$\dots$

Exercice 7

Dans chacun des cas déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$.

1. $I = [-8;8]$ et $J = [-2;12]$

2. $I = [-1;1]$ et $J =]0;12[$

3. $I =]-\infty\,;\sqrt{2}]$ et $J = [-\frac{1}{2}\,;\frac{3}{2}[$

4. $I =]-5\,;0[$ et $J = [3\,;+\infty[$

Exercice 8

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $3x + 4 < x + 2$;
2. $-12x + 2 \geq 3x - 1$;
3. $\frac{3}{2}x + 2 > +2 - 2x + \frac{4}{3}$;
4. $\frac{x+3}{2} \geq \frac{x+1}{3}$;
5. $\frac{7}{15}t + 4 > \frac{t}{3} - 1$;
6. $t(2 + 2t) \leq 2t(t - 10)$.

Exercice 9

Après avoir traduit les données par des inégalités ($\dots \leq x \leq \dots$) représenter sur une droite des réels les nombres x vérifiant :

a) $|x| \leq 0,3$ b) $|x| \leq 1$ c) $|x-3| \leq 2$

d) $|x| > 3$ e) $|x-1| \leq 0,1$ f) $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{2}$

Exercice 10 *Vers la spécialité maths*

1. Montrer que pour a, b deux réels strictement positifs,

$\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$; $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \geq \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \Leftrightarrow a \geq b + 2$; $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$ et en déduire que pour tout réel $c > 0$, $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$.

2. Soient a et b deux réels de l'intervalle $[0\,;1]$. Montrer que $0 \leq \frac{a+b}{1+ab} \leq 1$.

3. Soient x et y deux réels tels que $x + y = \sqrt{2}$. Montrer que $x^2 + y^2 \geq 1$.

4. Soient n et p deux entiers naturels non nuls.

a. Comparer les nombres $a = \frac{n^{p-1}+1}{n^p+1}$ et $b = \frac{n^p+1}{n^{p+1}+1}$.

b. Quel est le plus grand des deux nombres entre $\frac{10^{2017}+1}{10^{2018}+1}$ et $\frac{10^{2018}+1}{10^{2019}+1}$.