

Sujet A

Exercice 1

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 0 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$. Vérifier que : $A^2 - A - 2I = 0$, en déduire que A est inversible et donner la valeur de A^{-1} .

2. Plus généralement, soit x un réel non nul et $A = \begin{pmatrix} 0 & x & x^2 \\ x^{-1} & 0 & x \\ x^{-2} & x^{-1} & 0 \end{pmatrix}$.

Vérifier que : $A^2 - A - 2I = 0$; en déduire que A est inversible et donner la valeur de A^{-1}

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. Montrer que $A^2 = 6A$. En déduire que A n'est pas inversible.

Exercice 3

Etudier l'invisibilité de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$