<u>Exercice 1</u>

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{2}x - 2$.

a. Déterminer les images de $\sqrt{2}$ et $\frac{1}{2\sqrt{2}} - 1$.

b. Déterminer les antécédents éventuels de $-1, \sqrt{2}$ et $-2 + \sqrt{32}$.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ par $g(x) = \frac{x+4}{2x-1}$.

a. Déterminer les images de 0, 5 et $-\frac{1}{2}$.

b. Déterminer les antécédents éventuels de 2.

c. $\frac{1}{2}$ admet-il un antécédent ?

<u>Exercice 2</u>

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + x + 3$.

1. Calculer les <u>valeurs exactes</u> de $f(x)$ pour les valeurs de x suivantes :

* 0 * -2 * $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

* 1 * $\sqrt{2}$ * $-3 - \sqrt{7}$

2. Déterminer les antécédents éventuels de 3.

<u>Exercice 3</u>

1. On note f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{10 - 2x}$$

a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

b. Déterminer l'image de 3, $\frac{1}{2}$ et -1.

c. Déterminer les antécédents éventuels de 6.

2. On note g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{6}{2x^2 - 8}$$

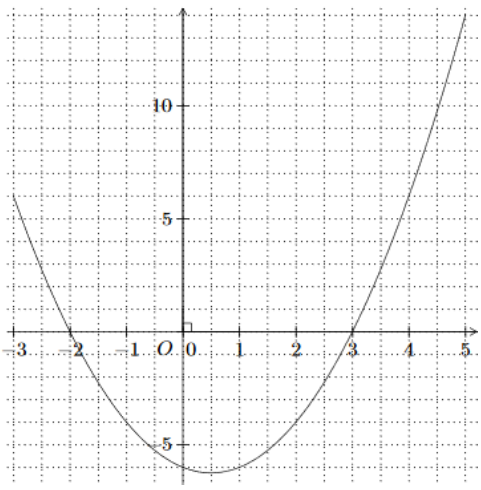
a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.

b. Déterminer l'image de 0 et de $\frac{1}{2}$ et -3.

c. Déterminer les antécédents éventuels de -1.

<u>Exercice 4</u>

Soit la fonction f définie sur [-3 ; 5] par :
$f(x) = x^2 - x - 6$. Ci-contre, la courbe de la fonction f que l'on note C_f.



1. Déterminer graphiquement

- $f(0) =$ ....
- L'image de 3 par f : ....
- Les éventuels antécédents de -4 par f : ....
- Les éventuels antécédents de 10 par f : ....
- Les éventuels antécédents de -6 par f : ....
- L'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 5 : ....

2. Déterminer (algébriquement) l'image de $\frac{1}{2}$ par f. Puis vérifier graphiquement.

3. **a.** Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$.

b. En déduire (algébriquement) les antécédents éventuels de f par 0. Puis vérifier graphiquement.

<u>Exercice 5</u> *Vrai ou faux*

Dans tout l'exercice, f est une fonction et C_f sa courbe représentative dans un repère $(O\,;I,J)$.

1. Si $f(2) = 3$ alors

	V	F
• 2 est l'image de 3 par f	☐	☐
• 2 a pour image 3 par f	☐	☐
• 2 est un antécédent de 3 par f	☐	☐
• 3 n'admet pas d'antécédent par f	☐	☐
• Le point d'abscisse 3 de $\mathscr{C}_f$ a pour ordonnée 2	☐	☐

2. Si $f(x) = x^2 + 2$ alors

	V	F
• 0 a deux antécédents par f	☐	☐
• 6 admet deux antécédents par f	☐	☐
• l'image de -1 par f est 3	☐	☐
• $f(-\frac{2}{3}) = \frac{22}{9}$	☐	☐

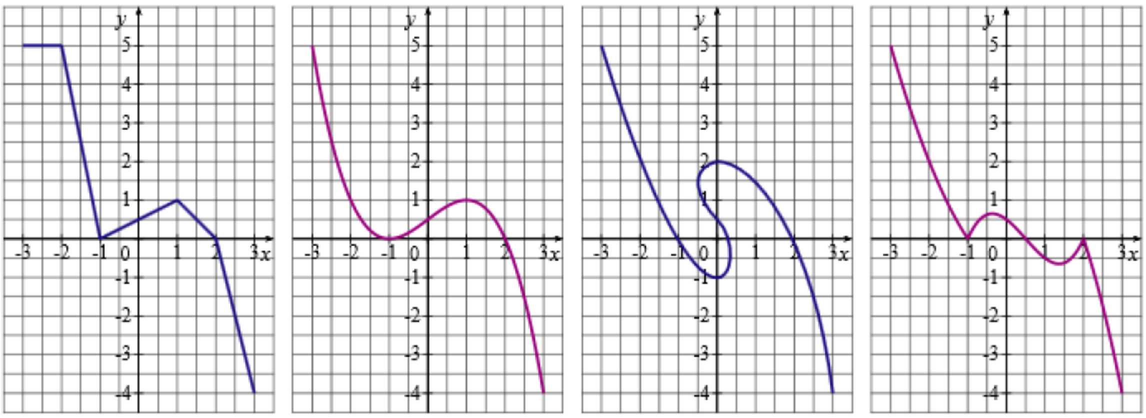
<u>Exercice 6</u>

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-3;3]$. On sait que :

– les images de -3 ; 0 et 3 par la fonction f sont respectivement 5 ; 0,5 et -4

– 0 a exactement deux antécédents -1 et 2.

1. Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse :
   a) L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
   b) Le point $M(-1;0)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.
   c) La courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des ordonnées en deux points.
2. Parmi les quatre courbes représentées ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent représenter la fonction f ? (*Justifier*)



courbe $\mathscr{C}_1$ courbe $\mathscr{C}_2$ courbe $\mathscr{C}_3$ courbe $\mathscr{C}_4$

<u>Exercice 7</u>

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x$ et C_f sa courbe représentative.

a. Dire si les points suivants appartiennent ou pas à C_f :

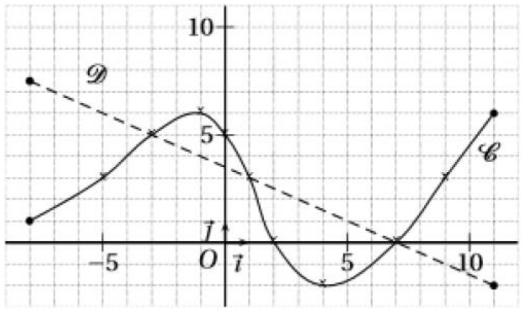
$A(1\,;1)$; $B\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$; $C(-3\,;30)$; $D(-10^2\,;-170)$.

b. Déterminer les points d'intersection de C_f avec les axes du repère.

2. Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x - \frac{4}{3-x}$ et C_g sa courbe représentative.
   a. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
   b. Quelle est l'ordonnée du point A appartenant à C_g d'abscisse -1 ?
   c. Démontrer pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 3x + 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$.
   d. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_g avec l'axe des abscisses.

Exercice 8

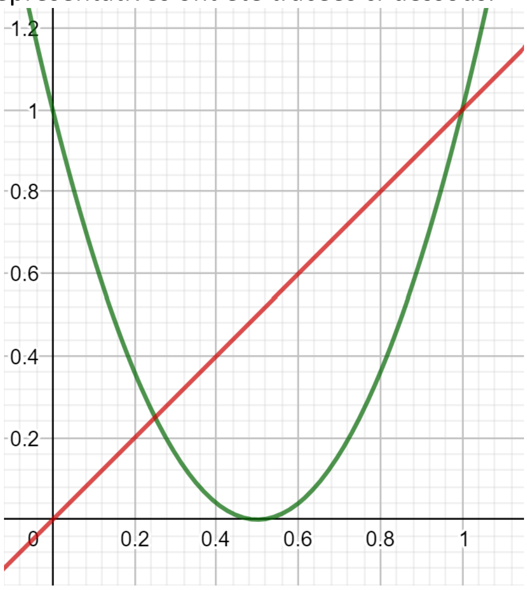
La courbe $\mathscr{C}$ de la figure ci-dessous représente une fonction f et le segment de droite $\mathscr{D}$ représente une fonction g.



1. Résoudre graphiquement les équations :
   (a) $f(x) = 3$; (c) $f(x) = 0$;
   (b) $f(x) = -2$; (d) $f(x) = 6$.
2. Résoudre graphiquement les inéquations :
   (a) $f(x) \leqslant 0$;
   (b) $f(x) \geqslant 3$;
   (c) $f(x) > 5$.
3. Résoudre graphiquement :
   (a) $f(x) = g(x)$;
   (b) $f(x) < g(x)$.
4. Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$ et la fonction g définie par $g(x) = x$ dont les courbes représentatives ont été tracées ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement avec la précision permise par le graphique les équations suivantes :
   a. $f(x) = 1$
   b. $f(x) \geq 1$
   c. $f(x) = g(x)$.
2. En déduire par le calcul les résultats trouvés aux question **1.a** et **1.b.**
3. **a.** Démontrer que pour tout x réel, $4x^2 - 5x + 1 = 4(x-1)\left(x - \frac{1}{4}\right)$.
   b. En remarquant que $f(x) - g(x) = 4x^2 - 5x + 1$, en déduire par le calcul le résultat trouvé à la question **1c.**

Exercice 10

Soit la fonction f définie sur $]-\infty\,;0[$ par $f(x)=\frac{2}{x}$ et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x-1$.
On note C_f et c_g leurs courbes représentatives.

1. a. Tracer les deux courbes dans un repère.
 b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$.

2. Démontrer que pour tout réel x strictement négatif :
 a. $f(x)-g(x)=\frac{-x^2+x+2}{x}$;
 b. $-x^2+x+2=(x+1)(-x+2)$.

3. a. Déterminer le signe de $(x+1)(-x+2)$.
 b. En déduire le signe de $f(x)-g(x)$ sur $]-\infty\,;0[$.
 c. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x)\geq g(x)$ dans $]-\infty\,;0[$.

4. Comparer les réponses aux questions **1.b** et **3.c**.

Exercice 11 *Quelques problèmes… Vers la spécialité maths*

- ***Problème 1** D'après les Olympiades mathématiques Belges*

La fonction f est définie sur $\mathbb{N}$ par $f(n)=3^n$.

Exprimer $f(n+2)-f(n+1)$ en fonction de $f(n)$.

- ***Problème 2** D'après les Olympiades mathématiques Belges*

Arthur construit une fonction f telle que $f\big(f(x)\big)=f(x+2)-3$ pour tout entier x avec, de plus, $f(1)=4$ et $f(4)=3$.

Dans ces conditions, que vaut $f(5)$?

- ***Problème 3***

Dans un repère, on considère C_f une courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par :

$$f(x)=ax^2+b\frac{x-3}{x-1}+c \text{ où } (a,b,c)\in\mathbb{R}^3$$

Déterminer a, b et c sachant que C_f passe par $A\left(0\,;\frac{11}{2}\right)$, $B(3\,;4)$ et $C(-1\,;4)$.

- ***Problème 4***

Soit la fonction $f : x\longmapsto x^2-1$.

1. Déterminer les antécédents éventuels de -1 par la fonction $x\longmapsto f(f(x))$.
2. Résoudre l'équation $f(x)=x$.