Exercice 1

1. Quelle est la différence entre le carré de 7 et la somme des sept premiers nombres impairs positifs ?

2. **a.** Les nombres 152, 224 et 376 sont-ils divisibles par 8 ?

b. Soit la conjecture suivante : « Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 8 alors ce nombre est divisible par 8 ».

Cette conjecture est-elle vraie ou fausse ?

3. La somme de trois entiers consécutifs est-elle divisible par 3 ?

Exercice 2

1. Pour tout n entier relatif, on donne :

$A = 12n + 18$ $\quad B = (15n + 6) - (6n + 21)$ $\quad C = (3n + 6)(6n - 1)$

Démontrer que A, B et C sont des multiples de 3.

2. Pour tout n entier relatif, on donne :

$A = 6n + 5$ $\quad B = (5n + 2) + (3n - 1) - (4 + 4n)$

$C = (4n + 1)(4n - 1) - 4$

Démontrer que A, B et C sont des nombres impairs.

Exercice 3

1. Démontrer que si n un entier impair, alors $n^2 - 1$ est un multiple de 4.

2. Démontrer que si n un entier pair, alors $n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.

Exercice 4

Compléter le tableau ci-dessous, en mettant une croix dans la case si le nombre appartient à l'ensemble.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-15					
$2{,}18$					
$\sqrt{3}$					
$-3{,}14$					
$-\dfrac{17}{7}$					
-10^{-2}					
$\dfrac{\sqrt{3}}{9}$					
$\dfrac{10}{5}$					
-2023×10^2					

Exercice 5

1. Compléter par $\in$, $\subset$, $\notin$ ou $\not\subset$.

$2^{10} \ldots \mathbb{N}$ $\quad 10^{-12} \ldots \mathbb{Z}$ $\quad \sqrt{\dfrac{81}{100}} \ldots \mathbb{Q}$ $\quad \dfrac{\sqrt{36}}{2} \ldots \mathbb{N}$ $\quad (-3)^7 \ldots \mathbb{Z}$ $\quad 0 \ldots \mathbb{N}^*$

$\sqrt{7} \ldots \mathbb{R}$ $\quad \frac{2}{5} \ldots \mathbb{D}$ $\quad \mathbb{D} \ldots \mathbb{Q}$ $\quad \mathbb{Q} \ldots \mathbb{R}$ $\quad (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \ldots \mathbb{N}$

$\frac{1-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} \dots \mathbb{D}$ $\qquad$ $\sqrt{1+\frac{9}{16}} \dots \mathbb{D}$ $\qquad$ $\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$ $\qquad$ $\frac{1}{5}+\frac{7}{15} \dots \mathbb{D}$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{5^2-3^2}{144}} \dots \mathbb{Q}$

2. Compléter par $\in$, $\subset$, $\notin$ ou $\not\subset$.

$\frac{3}{2} \dots \left[\frac{7}{5} \,;2\right]$ $\qquad$ $]0\,;\,+\infty[\dots \mathbb{N}$ $\qquad$ $\sqrt{2} \dots [1{,}4\,;2]$ $\qquad$ $\pi - 1 \dots [1\,;+\infty[$

$\frac{2}{3} \dots . [0{,}6\,;\,+\infty[$ $\qquad$ $0 \dots\ ]0{,}0001\,;1]$ $\qquad$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \dots [1\,;2]$ $\qquad$ $\mathbb{N} \dots [0\,;\,+\infty[$ $\qquad$ $[1\,;10] \dots \mathbb{Q}$

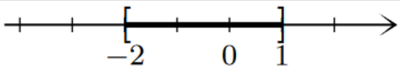
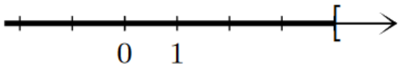
3. Compléter par $\in$ ou $\notin$.

$-0{,}99 \dots]-\infty\,;-1[\cup]-0{,}9\,;\,+\infty[$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \dots]-\infty\,;\,\frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{3}\,;\,+\infty[$ $\qquad$ $0 \dots \mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+$

$\left(\sqrt{2}\right)^3 \dots [1\,;\sqrt{2}] \cup [2\,;\,+\infty[$ $\qquad$ $\left(\frac{1-\frac{1}{3}}{4}\right)^2 \dots \mathbb{R}^- \cup [0\,;1]$ $\qquad$ $\frac{5}{2} \dots]-\infty\,;\frac{12}{5}] \cup [2{,}51\,;\,+\infty[$

Exercice 6

Recopier et compléter le tableau suivant :

Inégalité	Intervalle	Représentation
$x < 2$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	
$\dots$	$[-2\,;\,+\infty[$	$\dots$
$-1 \leqslant x \leqslant 2$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	
$\dots$	$]-\infty\,;\,0]$	$\dots$
$0 < x \leqslant 1$	$\dots$	$\dots$

Exercice 7

Dans chacun des cas déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$.

1. $I = [-2; 2]$ et $J = [-\frac{1}{2}; 3]$ $\qquad$ **2.** $I = [-1; 1]$ et $J =]0; 3[$

3. $I =]-\infty\,; \sqrt{2}]$ et $J = [-\frac{1}{2}\,; \frac{3}{2}[$ $\qquad$ **4.** $I =]-5\,; 0[$ et $J = [3\,; +\infty[$

Exercice 8

1. Soit x et y deux réels tels que $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$ et $-\frac{2}{3} \leq y \leq 5$.

- **a.** Déterminer un encadrement de $2x$ et $-y$.
- **b.** En déduire un encadrement de $2x - y$.

2. Soit x et y deux réels tels que $-10 \leq x \leq 10$ et $-\frac{1}{2} \leq y \leq 5$.

- **a.** Déterminer un encadrement de $-5x$ et $-7y$.
- **b.** En déduire un encadrement de $-5x - 7y$.

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1. $3x + 4 < x + 2$;

2. $-12x + 2 \geq 3x - 1$;

3. $\frac{3}{2}x + 2 > +2 - 2x + \frac{4}{3}$;

4. $\frac{x+3}{2} \geq \frac{x+1}{3}$;

5. $\frac{7}{15}t + 4 > \frac{t}{3} - 1$;

6. $t(2 + 2t) \leq 2t(t - 10)$.

4. $-2\left(\frac{3}{4}x-5\right)+1 \geq -x+\frac{1}{2}$

7. $(2x-1)(2x+1)-2x > (2x+1)^2+11$

Exercice 10

Ecrire sans valeurs absolues les expressions suivantes :

$$A = -\left|\frac{2}{3}-1\right|$$

$$B = \left|\frac{1}{\pi}-1\right|$$

$$C = \left|\pi(1-\sqrt{2})\right|$$

$$D = \left|-\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)^2\right|$$

$$E = \left|\frac{1-\sqrt{2}}{3-\pi}\right|$$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$|4x+3| = 1$$

$$\left|-3x+\frac{1}{3}\right| = 2$$

$$\left|\frac{1}{2}x-5\right| = 10$$

$$|x+16| = -16$$

$$|x-3| \leq 2$$

$$\left|x-\frac{1}{2}\right| < \frac{1}{2}$$

$$|x+2| \leq \frac{1}{3}$$

$$|x-2| \geq 3$$

Exercice 12 *Vers la spécialité maths*

1. Montrer que pour a, b deux réels strictement positifs,

$\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$; $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{2}} \geq \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \Leftrightarrow a \geq b+2$; $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$ et en déduire que pour tout réel $c > 0$, $\frac{ab}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$.

2. Soient a et b deux réels de l'intervalle $[0\,;1]$. Montrer que $0 \leq \frac{a+b}{1+ab} \leq 1$.

3. Soient x et y deux réels tels que $x+y=\sqrt{2}$. Montrer que $x^2+y^2 \geq 1$.

4. Soient n et p deux entiers naturels non nuls.

a. Comparer les nombres $a = \frac{n^{p-1}+1}{n^p+1}$ et $b = \frac{n^p+1}{n^{p+1}+1}$.

b. Quel est le plus grand des deux nombres entre $\frac{10^{2017}+1}{10^{2018}+1}$ et $\frac{10^{2018}+1}{10^{2019}+1}$.