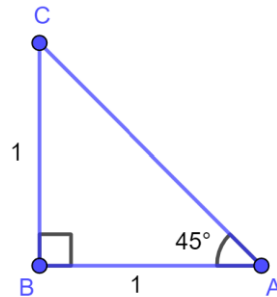


## CALCULATRICE INTERDITE

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

**Exercice 1** Les trois questions sont indépendantes

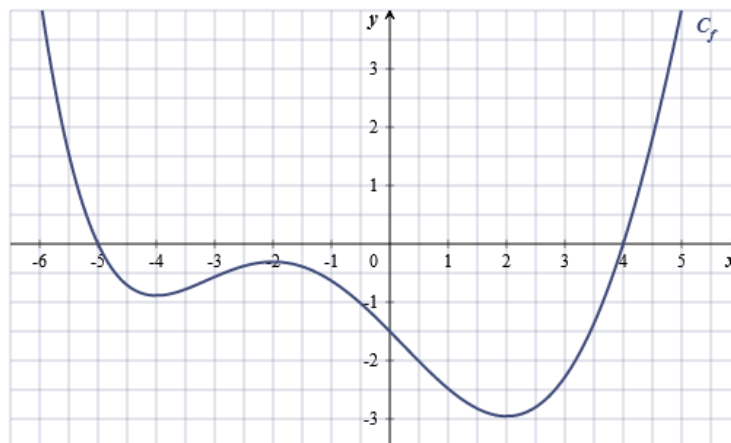
1. Soit ABC un triangle rectangle isocèle en B où  $AB = BC = 1$ . On admet que  $\widehat{BAC} = 45^\circ$ .



- Calculer la longueur AC.
  - Démontrer que  $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
  - En déduire la valeur de  $\sin(45^\circ)$  puis de  $\tan(45^\circ)$ .
- Démontrer que pour tout angle aigu  $\theta$ ,  $\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = 2 \cos^2(\theta) - 1$ .
  - Soit un carré ABCD de centre O. Dans le repère  $(O ; C, D)$ , déterminer les coordonnées de tous les points.

**Exercice 2**

La courbe  $C_f$ , tracée ci-dessous, est la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $[-6 ; 5]$ .



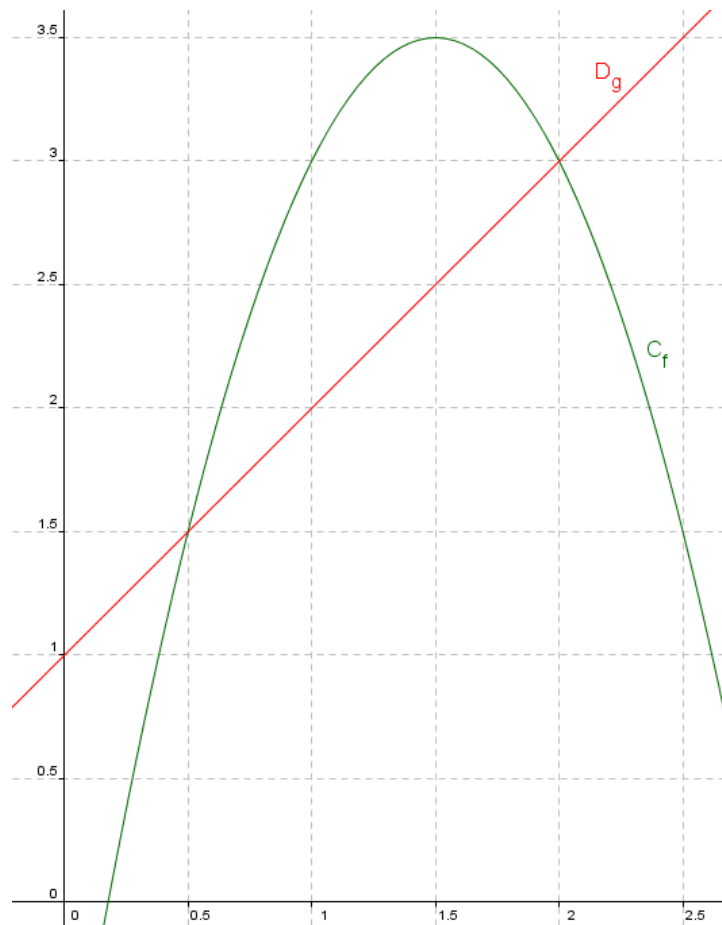
On donnera les réponses avec la précision permise par le graphique.

- Quels sont les images de 0 et  $-\frac{11}{2}$  par la fonction  $f$  ?
- Quels sont les antécédents éventuels de 0 et de  $-\frac{5}{2}$  par la fonction  $f$  ?
- Résoudre  $f(x) = \frac{3}{2}$  ;
  - Résoudre  $f(x) < 0$  ;
  - Vrai ou faux : « L'ensemble solution de l'inéquation  $f(x) < -3$  est  $S = \mathbb{R}$  ». Aucune justification n'est attendue.
- Donner le tableau de signes de la fonction  $f$ .

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :  $f(x) = -2x^2 + 6x - 1$  et la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x + 1$  dont les courbes représentatives ont été tracées ci-dessous.

1. Déterminer par le calcul, l'image de  $-\frac{1}{2}$  par la fonction  $f$ .
2. Déterminer par le calcul, l'ordonnée du point A appartenant à  $C_f$  d'abscisse  $\frac{2}{3}$ .
3. Vrai ou faux. « Le point  $M(\sqrt{7} - 3 ; 0) \in C_f$ . » Justifier
4. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .
5. L'objectif de cette question va être de vérifier par le calcul le résultat précédent.
  - a) Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-2x^2 + 5x - 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(-x + 2)$ .
  - b) En remarquant que  $f(x) - g(x) = -2x^2 + 5x - 2$  ; résoudre l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$  puis conclure au regard de la question 3.



#### BONUS !

1. Soit  $x$  et  $y$  deux entiers strictement positifs avec  $x > y$  et tels que :
$$(x + 1)(y + 1) = 77$$
Combien vaut  $x$  ?
2. Soit la fonction  $f : x \mapsto x^2 - 1$ . Résoudre l'équation  $f(x) = x$

Barème indicatif : Ex 1 : 8 Ex 2 : 5 Ex 3 : 7 Bonus : 2