Exercice 1 *Les trois questions sont indépendantes* **8.5 points**

1. Ecrire sans valeurs absolues les expressions suivantes :

$A = |3 - \pi| = \pi - 3$ **\0.25** $B = -\left|\frac{2}{5} - 1\right| = \left|-\frac{3}{5}\right| = -\frac{3}{5}$ **\0.5** $C = \left|(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})\right| = |1-2| = 1$ **\0.75** $D = \left|\frac{-\pi}{-\pi+1}\right| = \frac{|-\pi|}{|-\pi+1|} = \frac{\pi}{\pi-1}$ **\0.75**

2. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $|2x-1| = 5 \Leftrightarrow 2x-1 = 5$ ou $2x-1=-5 \Leftrightarrow 2x = 6$ ou $2x=-4 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x=-2$ donc $\boxed{S = \{-2\,;\,3\}}$. **\1**

b) $7x - \frac{1}{2} \leq 4x + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3x \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$ donc $\boxed{S =]-\infty\,;\,\frac{1}{4}]}$ **\1**

c) $\frac{3x-2}{7} > \frac{5x-6}{6} \Leftrightarrow 18x - 12 > 35x - 42 \Leftrightarrow 30 > 17x \Leftrightarrow \frac{30}{17} > x$ donc $\boxed{S =]-\infty\,;\frac{30}{17}]}$ **\1**

d) $(x-2)(x+2) + 14x \geq x^2 + 20 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 14x \geq x^2 + 20 \Leftrightarrow 14x \geq 24 \Leftrightarrow x \geq \frac{24}{14} \Leftrightarrow x \geq \frac{12}{7}$ donc $\boxed{S = [\frac{12}{7}\ ;\ +\infty[}$ **\1.5**

e) $|x-2| \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \in \left[2 - \frac{1}{3}\,;2 + \frac{1}{3}\right] \Leftrightarrow x \in \left[\frac{5}{3}\,;\frac{7}{3}\right]$ donc $\boxed{S = \left[\frac{5}{3}\,;\frac{7}{3}\right]}$ **\0.5**

3. Soit $I = [-\frac{1}{2}\,;3]$ et $J =]-\frac{3}{2}\,;2[$.

a) Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.

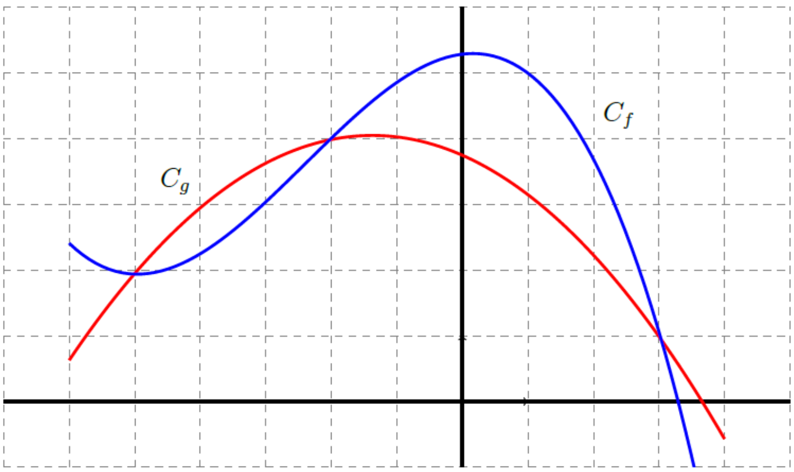
$I \cap J = [-\frac{1}{2}\,;2[$ et $I \cup J =]-\frac{3}{2}\,;3]$. **\1**

b) Le nombre π appartient-il à $I \cap J$?

$\pi \notin I \cap J$. **\0.25**

Exercice 2 **4 points**

On a tracé ci-dessous les courbes C_f et C_g de deux fonctions f et g sur l'intervalle $[-6\,;4]$.



1. Déterminer l'image de 1 par f et l'image de -4 par g. L'image de 1 par f est 5 et l'image de -4 par g est 3. **\1**

2. Déterminer les antécédents éventuels de 5 par f. Les antécédents de 5 par f sont -0,8 et 1. **\1**

3. Résoudre $f(x) = g(x)$. $S = \{-5\,;\,-2\,;3\}$. **\1**

4. Résoudre $f(x) > g(x)$. $S =]-2\,;3[$. **\0.5**

5. *Vrai ou faux*. Sur l'intervalle $[-6\,;4]$, le signe des deux fonctions est toujours positif. *Ne pas justifier*. Faux. **\0.5**

Exercice 3 7.5 points

Soit la fonction h définie par $h(x)=\frac{4x}{x+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.

$h(x)$ existe si et seulement si $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$. Donc $\boxed{D_f=\mathbb{R}\backslash\{-1\}}$. **\1**

2. Calculer $h(3), h(\frac{1}{2})$ et $h\left(\frac{1}{3}\right)$.

$h(3)=\frac{12}{4}=3$; $h\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{\frac{1}{2}+1}=\frac{2}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{3}$; $h\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}+1}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}}=1$. **\0.5+1+1**

3. Déterminer les antécédents éventuels de 2 et de $\frac{3}{2}$ par h.

- $h(x)=2\Leftrightarrow \frac{4x}{x+1}=2\Leftrightarrow 4x=2x+2\Leftrightarrow 2x=2\Leftrightarrow x=1$. L'antécédent de 2 par h est 1. **\1.25**
- $h(x)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow \frac{4x}{x+1}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 8x=3x+3\Leftrightarrow 5x=3\Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$. L'antécédent de $\frac{3}{2}$ par h est $\frac{3}{5}$. **\1.25**

4. 4 admet-il un antécédent par h ? *Justifier*

$h(x)=4\Leftrightarrow \frac{4x}{x+1}=4\Leftrightarrow 4x=4x+4\Leftrightarrow 0=4$. Impossible ! Donc 4 n'admet pas d'antécédent. **\1**

5. La courbe de la fonction h passe-t-elle par l'origine du repère ? *Justifier*

$h(0)=\frac{4\times 0}{0+1}=0$; donc la courbe de la fonction h passe par le point de coordonnées (0 ; 0) c'est-à-dire l'origine. **\0.5**

BONUS !

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^2+x+3$. Déterminer les valeurs exactes de $f\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$ et $f\left(\left|\sqrt{5}-\sqrt{6}\right|\right)$

2. Soit la fonction $f: x\longmapsto x^2-1$.

a) Déterminer les antécédents éventuels de -1 par la fonction $x\longmapsto f(f(x))$.

b) Résoudre l'équation $f(x)=x$.