LMSC **Corrigé du DS n°1 du lundi 19/09/16**

Exercice 1

1. On a

$$1+\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2+\cdots+\left(\frac{3}{4}\right)^{10}=\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{11}}{1-\frac{3}{4}}=\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{11}}{\frac{1}{4}}=4\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{11}\right)=4-4\times\left(\frac{3}{4}\right)^{11}=\boxed{4-\frac{3^{11}}{4^{10}}}.$$

2. a) $v_0=\frac{1}{3}$; $v_1=\frac{2}{9}$; $v_2=\frac{4}{27}$; $v_3=\frac{8}{81}$.

   b) $S_n=\frac{1}{3}\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{1}{3}\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\frac{1}{3}}=\boxed{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$.

   c) On a : $\lim_{n\to+\infty}1-\left(\frac{2}{3}\right)^n=1$ car comme $\frac{2}{3}<1$, $\lim_{n\to+\infty}u_n=1$.

Exercice 2

1. D'une année sur l'autre, le loueur vend 25 % de ses voitures donc il lui en reste 75 %, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de $1-\frac{25}{100}=0{,}75$. De plus, il achète 3 000 voitures chaque année, qu'il faut ajouter au nombre de voitures du parc automobile.
On a alors pour tout entier naturel n : $u_{n+1}=0{,}75\times u_n+3000$.

2. a. On cherche une expression du type $v_{n+1}=q\times v_n$.

$$\begin{aligned}v_{n+1}&=u_{n+1}-12000\\&=0{,}75\times u_n+3000-12000\\&=0{,}75\times(v_n+12000)-9000\\&=0{,}75\times v_n+9000-9000\\v_{n+1}&=0{,}75\times v_n\end{aligned}$$

$v_0=u_0-12000=10000-12000=-2000$
(v_n) est une suite géométrique de raison 0,75 de premier terme -2000.

b. Pour tout entier naturel n, $v_n=v_0\times q^n$ soit $v_n=-2000\times0{,}75^n$.
$\lim_{n\to+\infty}0{,}75^n=0$ car $0<0{,}75<1$ donc $\lim_{n\to+\infty}-2000\times0{,}75^n=0$.
La limite de la suite (v_n) est 0.

c. $u_n=v_n+12000$ donc, $u_n=12000-2000\times0{,}75^n$.
On a $\lim_{n\to+\infty}12000-2000\times0{,}75^n=12000$.
On peut conjecturer qu'au bout d'un grand nombre d'années, le nombre de voitures se stabilisera à 12 000.