

Lundi 14 novembre 2016

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

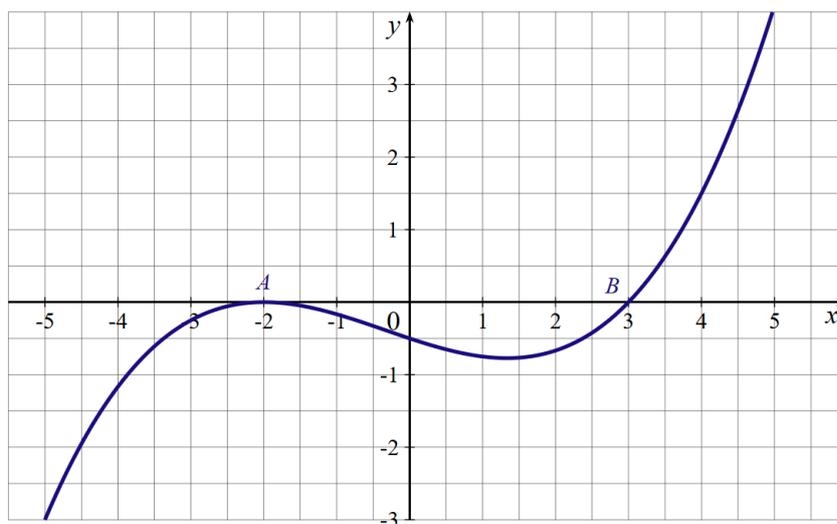
### Questions de cours

1. Donner la définition d'une fonction convexe sur un intervalle I.
2. Donner la définition d'une fonction continue sur un intervalle I.

### Exercice 1

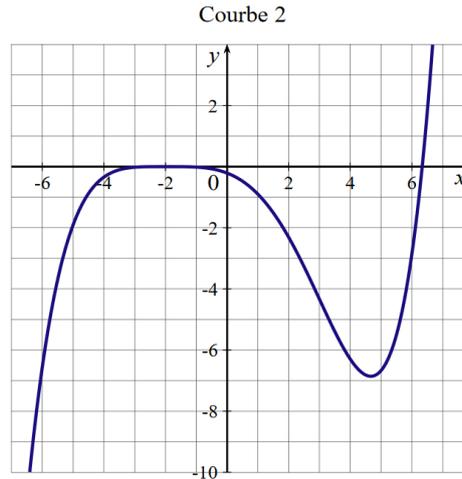
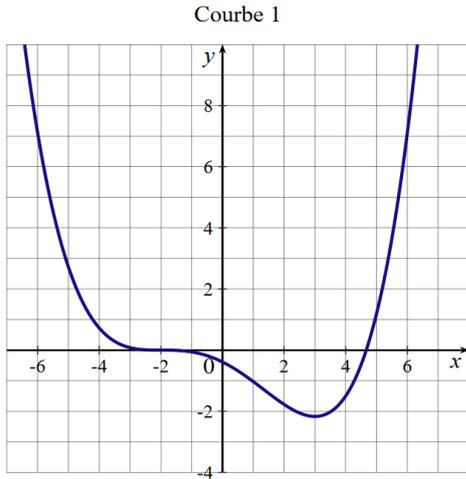
On considère une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $f''$ , dérivée seconde de la fonction  $f$ , dans un repère orthonormé.

Les points  $A(-2;0)$  et  $B(3;0)$  appartiennent à la courbe.



Chaque réponse sera justifiée.

1. La courbe représentative de la fonction  $f$  admet-elle des points d'inflexion ?
2. Sur quels intervalles, la fonction est-elle convexe ? Est-elle concave ?
3. On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ . Donner le tableau de variation de la fonction  $f'$ .
4. Une des deux courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction  $f$  et l'autre celle de  $f'$ . Déterminer la courbe qui représente la fonction  $f$  et celle qui représente la dérivée  $f'$ .



## Exercice 2

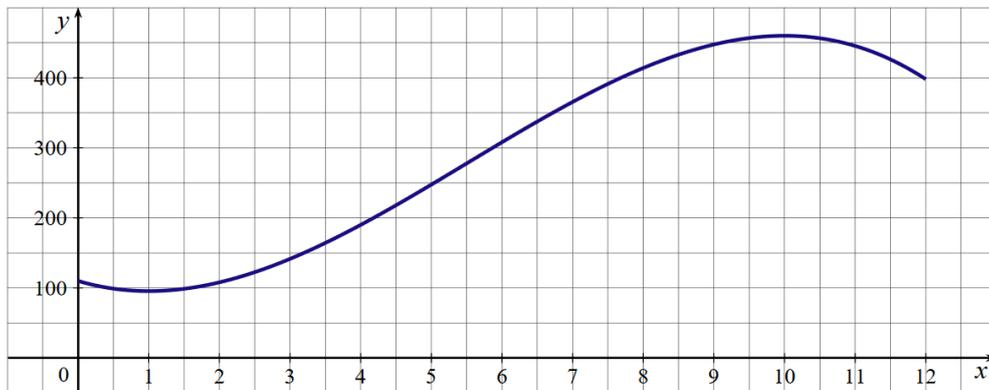
### PARTIE A

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = -x^3 + 16,5x^2 - 30x + 110$ .  
On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$  et  $f''$  la dérivée seconde.

1. a) Déterminer  $f'(x)$ .  
b) Étudier les variations de la fonction  $f$ .
2. a) Déterminer  $f''(x)$ .  
b) Étudier la convexité de la fonction  $f$ .

### PARTIE B

La fonction  $f$ , définie dans la partie A, modélise sur l'intervalle  $[0; 12]$ , le cours d'une action sur une année.  
 $x$  est le temps écoulé exprimé en mois et  $f(x)$  est le cours de l'action en euros.



1. Sur un an, quel a été le cours le plus bas de cette action ? le cours le plus haut ?
2. À quel moment la croissance du cours de cette action s'est-elle ralentie ?

## Exercice 3

Soit  $f$  une fonction concave sur  $\mathbb{R}$ . Indiquer, en justifiant soigneusement si la fonction  $g$  suivante est convexe ou concave sur son ensemble de définition :

$$g(x) = 2f(x) + 6\sqrt{x}$$

**BONUS !**

1. Résoudre l'équation  $x^3 + 6y^3 = 4z^3$  où  $x, y$  et  $z$  sont des entiers relatifs.

2. Soit  $f$  une fonction définie sur les réels strictement positifs et vérifiant :

$f(x) + 2f\left(\frac{2015}{x}\right) = 4x$ . Quelle est la valeur de  $f(5)$  ?

**Barème indicatif /20 : QC : 2 Ex 1 : Ex 2 : Ex 3 :**