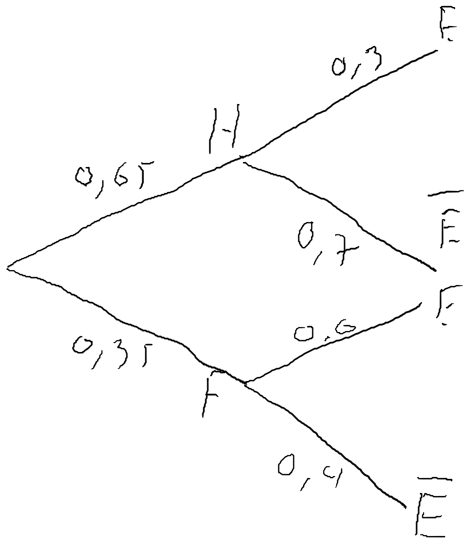
LMSC **Corrigé du DS n°5** **TES**

Exercice 1

Partie A

1. Voici l'arbre pondéré :



2. a) $E \cap F$ est l'événement « la personne contactée écoute les explications et est un femme ».

$P(E \cap F) = P(F) \times P_F(E) = 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}21.$

La probabilité de l'événement $E \cap F$ est de 0,21.

b) Par la formule des probabilités totales, on a :

$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap H) = 0{,}21 + 0{,}65 \times 0{,}3 = 0{,}21 + 0{,}195 = 0{,}405.$

La probabilité que la personne choisie écoute les explications est égale à 0,405.

c) $P_E(H) = \frac{P(E \cap H)}{P(E)} = \frac{0{,}195}{0{,}405} \approx 0{,}48$

La probabilité que ce soit un homme sachant que le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute est de 0,48.

Partie B

1. On est en présence d'un schéma de Bernoulli ;
   - chaque appel est une épreuve de Bernoulli, avec pour succès « la personne interrogée souscrit à ce nouveau forfait », de probabilité $p = 0{,}12$;
   - chaque appel est répété 60 fois de façon identique et indépendante

   X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0{,}12$.

   D'où, $\boxed{X \sim \mathcal{B}(60\,;0.12)}$ et pour $0 \leq k \leq 60$, on a $\boxed{P(X = k) = \binom{60}{k} 0{,}12^k 0{,}88^{60-k}}$.

2. $P(X = 5) = \binom{60}{5} 0{,}12^5 0{,}88^{60-5} \approx 0{,}120$

La probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné est de 0,120.

3. * $P(3 \leq X < 10) = P(X < 10) - P(X < 3) = 0.818$
La probabilité que l'employé obtienne au moins 3 souscriptions et moins de 10 souscriptions un jour donné est de 0,881.
4. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}88^{60} = 0{,}9995$
La probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné est de 0,9995.

Exercice 2

1. a)
2. c)
3. d)
4. c)
5. d)

Exercice 3

Partie A

1. $f'(x) = 2e^{-x+4} - (2x-5)e^{-x+4} = 2e^{-x+4} - 2xe^{-x+4} + 5e^{-x+4} = (-2x+7)e^{-x+4}$.
2. Le signe de la dérivée dépend du signe de $-2x+7$ puisque pour tout x de [0 ;10] $e^{-x+4} > 0$.
D'où le signe de f'(x) :

x	0		$\frac{7}{2}$		10
$f'(x)$		+	0	−	

Donc f est croissante sur $[0;\frac{7}{2}]$ et f est décroissante sur $[\frac{7}{2}\ ; 10]$.
On obtient le tableau de variations suivant :

x	0	$\frac{7}{2}$	10
f			

- Sur [0 ; 7/2], f est strictement croissante et continue. De plus, $f(0) = -5e^4 + 20 < 0$ et $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2e^{-\frac{7}{2}+4} + 20 > 0$; $0 \in [f(0); f\left(\frac{7}{2}\right)]$. Par le corollaire du TVI, il existe une unique solution à l'équation $f(x) = 0$.
- Sur [7/2 ; 10], f est strictement décroissante et continue. De plus, $f(10) = -25e^{-6} + 20 > 0$ et $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2e^{-\frac{7}{2}+4} + 20 > 0$; $0 \in [f\left(\frac{7}{2}\right); f(10)]$. Par le corollaire du TVI, il n'existe pas de solution à l'équation $f(x) = 0$.

➔ En définitive, il existe une unique solution $\propto$ à l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle [0 ;10].

A l'aide de la calculatrice, on obtient $\propto \approx 1{,}60$.

5. En supposant vraie la question 4., on en déduit que g' est croissante sur [0 :7/2] et décroissante sur [7/2 ; 10]. On en déduit que :

g est convexe sur [0 ;7/2] et concave sur [7/2 ; 10].

Partie B

1. Le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximal est de 350 objets.
   Le bénéfice maximal est de $f\left(\frac{7}{2}\right)\times 1000 \approx 23297$ €.
2. A partir de 160 objets elle réalise un bénéfice positif. Puisque pour $x > \alpha, f(x) > 0$. ($\propto \approx 1{,}60$).