Exercice 1

Simplifer les expressions suivantes :

1. $\frac{e^{2x}}{e^x}$
2. $(e^x + 1)(e^x - 1)$
3. $\left(e^{x+1}\right)\left(e^{x-1}\right)$
4. $\frac{e^{2x}-1}{e^x+1}$

Exercice 2

En justifiant votre réponse, dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse :

1. Pour tout réel x, $e^{2x} - 2e^x + 1 \geqslant 0$;
2. Pour tout réel $x \in [0; +\infty[$, $e^{2x} - 1 \geqslant 0$;
3. Pour tout réel x, $e^x + e^{-x} + 1 > 0$;
4. Pour tout réel x, $(-x^2 + x - 3)e^{-x} < 0$.

Exercice 3

Dériver chacune des fonctions suivantes :

- $f(x) = 3 - 2e^x$
- $g(x) = 1 + x + e^x$
- $h(x) = (1 + x)e^x$
- $k(x) = \frac{1+x}{e^x}$
- $l(x) = \frac{e^x}{2+e^x}$

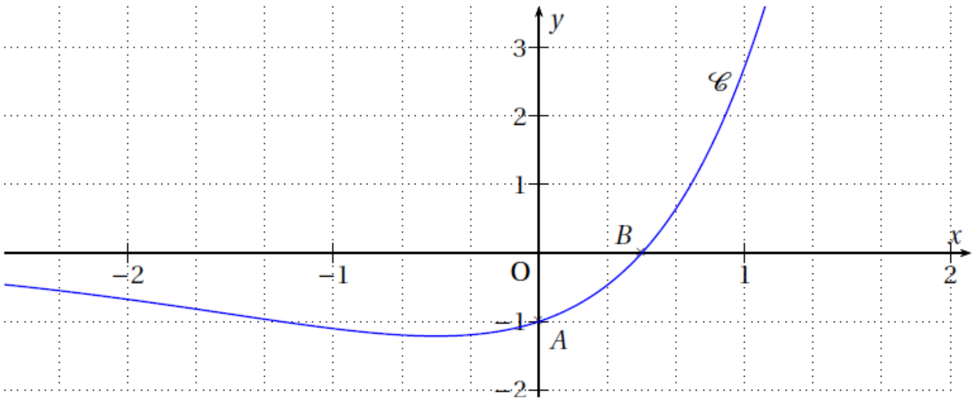
Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$.
Soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$d'unité 1 cm.

1. Déterminer $f'(x)$ et étudier son signe. Dresser le tableau de variations de f.
2. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ passe par l'origine du repère. Tracer la courbe $\mathscr{C}$.
3. On donne $f''(x) = \frac{2e^x(1-e^x)}{(e^x-1)^3}$.
   Étudier la convexité de f et montrer que sa courbe admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées $(x_I\,;\,y_I)$.
4. Donner le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en I. Tracer cette tangente dans le repère précédent.

Exercice 5

On considére la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)e^x$; sa représentation graphique $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal est donnée sur la figure ci-dessous.



1. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. (a) Montrer que f', la dérivée de f, peut s'écrire $f'(x) = (2x+1)e^x$.

   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x puis en déduire le tableau des variations de f (on indiquera la valeur exacte du minimum de $f(x)$).

   (c) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A et la tracer sur le graphique.
3. Étudier la convexité de f et déterminer si $\mathscr{C}$ admet des points d'inflexions.