

La qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importantes dans l'appréciation des copies. Tous vos résultats doivent être soulignés.

A rendre pour le lundi 20 février 2017.

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère orthonormé direct, Ω est le cercle de centre O et de rayon 2, A est le point de coordonnées (2;0) et B est le point de Ω tel que $(\vec{i}; \vec{OB}) = \frac{3\pi}{4}$.

On note I le milieu du segment [AB].

1) Démontrer que I a pour coordonnées $(\frac{2-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$.

2) a) Démontrer que I est un point du cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

b) Quelle est la mesure principale de $(\vec{i}; \vec{OI})$?

c) Déduire que I a aussi pour coordonnées :

$$(\sqrt{2-\sqrt{2}} \cos \frac{3\pi}{8}; \sqrt{2-\sqrt{2}} \sin \frac{3\pi}{8})$$

3) a) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{3\pi}{8}$ et $\sin \frac{3\pi}{8}$.

b) Vérifier que :

$$\cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \quad \text{et} \quad \sin \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$$