

Mercredi 25 janvier 2017

Durée : 2h30

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1

Ne pas oublier de faire des phrases de conclusion !

L'entreprise E produit un modèle de lave-vaisselle. La production de ce lave-vaisselle est répartie sur trois sites industriels A, B, C, qui sont d'importances inégales.

- Le site A assure 60 % de la production.
- Le site B assure 30 % de la production.
- Le site C assure le reste de la production.

Après plusieurs années de commercialisation, on note que 37 % des lave-vaisselles en provenance du site A connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation ; 25 % des lave-vaisselles provenant du site B connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation, et 12 % de ceux provenant du site C connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation. On choisit au hasard un lave-vaisselle produit par l'entreprise E.

Dans la suite on désigne par A , (respectivement par B, C) l'évènement « le lave-vaisselle choisi est issu du site de production A (respectivement B, C) ».

On désigne par S , l'évènement « le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans » ; \bar{S} désigne l'évènement contraire de S .

Dans cet exercice les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

- a. Préciser les valeurs des probabilités $p(A)$ et $p(B)$.
 - b. On note $p_A(S)$ (respectivement $p_B(S), p_C(S)$) la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A (respectivement B, C) est réalisé ; calculer $p_A(S), p_B(S)$ et $p_C(S)$.
 - c. Construire un arbre illustrant la situation, en indiquant sur les branches adéquates les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le lave-vaisselle provienne du site A et connaisse une panne avant 5 ans ?
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est 0,309.
4. Le lave-vaisselle est tombé en panne avant 5 ans d'utilisation ; quelle est la probabilité qu'il provienne du site B ?
5. *Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'entreprise E assure le service après-vente : si le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans d'utilisation, elle finance la réparation, dont le prix est estimé à 110 euros par appareil réparé.

Déterminer, pour l'entreprise, le coût moyen par lave-vaisselle de ces réparations.

Exercice 2

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Soit g la fonction définie pour tout réel x par $g(x) = e^{-x}$

PROPOSITION 1 :

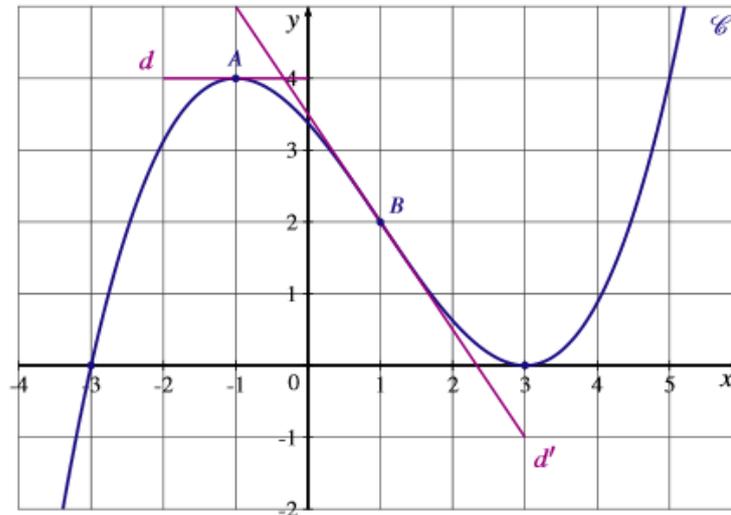
La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x - 1$.

2. On donne ci-dessous la courbe \mathcal{C} représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} et on note f'' sa dérivée seconde.

Les droites d et d' sont tangentes à la courbe \mathcal{C} respectivement aux points A d'abscisse (-1) et B d'abscisse

1.



PROPOSITION 2 :

$$f(-1) \leq f(1).$$

PROPOSITION 3 :

La fonction f est convexe sur l'intervalle $[1; +\infty[$.

PROPOSITION 4 :

$$f''(1) = -\frac{3}{2}.$$

PROPOSITION 5 :

Au point d'abscisse (-1) , la courbe représentative de la fonction f admet un point d'inflexion.

Exercice 3

PARTIE A

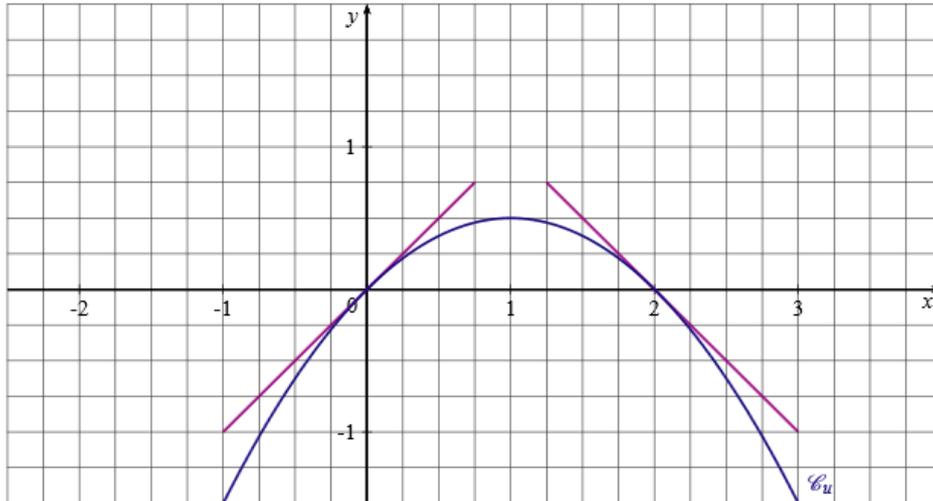
Soit u la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} dont la courbe représentative \mathcal{C}_u est donnée en annexe ci-dessous.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = e^{u(x)}$. On note f' sa fonction dérivée.

À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes.

1. La proposition « L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions. » est-elle vraie ou fausse ?
2. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
3. Donner le tableau de variation de la fonction f .

ANNEXE



PARTIE B

On considère dans cette partie, que la fonction f est définie pour tout réel x par $f(x) = e^{x-0,5x^2}$.
On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 1$.
2. Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant :

<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: left;"> <p>dériver $\exp\left(x - \frac{x^2}{2}\right)$</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p>$(1-x)\exp\left(x - \frac{x^2}{2}\right)$</p> </div> </div>
--

- a) Déterminer une équation de la tangente T_A à la courbe \mathcal{C}_f au point A d'abscisse 0.
- b) Déterminer une équation de la tangente T_B à la courbe \mathcal{C}_f au point B d'abscisse 2.
3. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f .
 - a) Calculer $f''(x)$.
 - b) Étudier la convexité de la fonction f .
 - c) La courbe \mathcal{C}_f admet-elle des points d'inflexion ?
4. Tracer dans le repère fourni en annexe la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f .
On placera les points d'abscisses 0, 1, 2 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

Barème indicatif /20 Ex 1 : 7 Ex 2 : 5 Ex 3 : 8