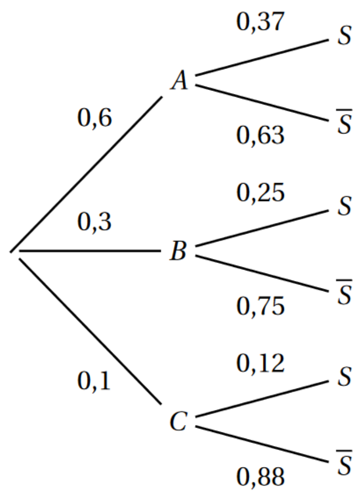
LMSC **Corrigé du DS n°5 de rattrapage**

Exercice 1

1. **a.** On a $p(A) = 0,6$ et $p(B) = 0,3$.

b. L'énoncé donne $p_A(S) = 0,37$; $p_B(S) = 0,25$ et $p_C(S) = 0,12$.

c.



2. On a $p(A \cap S) = p(A) \times p_A(S) = 0,6 \times 0,37 = 0,222$.

3. De même on trouve que :
$p(B \cap S) = p(B) \times p_B(S) = 0,3 \times 0,25 = 0,075$.
$p(C \cap S) = p(C) \times p_C(S) = 0,1 \times 0,12 = 0,012$.
D'où d'après la loi des probabilités totales :
$p(S) = p(A \cap S) + p(B \cap S) + p(C \cap S) = 0,222 + 0,075 + 0,012 = 0,309$.

4. Il faut trouver $p_S(B) = \dfrac{p(S \cap B)}{p(S)} = \dfrac{0,075}{0,309} = \dfrac{75}{309} = \dfrac{25}{103} \approx 0,243$.

5. La probabilité qu'un appareil tombe en panne avant 5 ans est égale à 0,309 avec un coût de 110, donc le coût moyen par lave-vaisselle de ces réparations sera de $0,309 \times 110 = 33,99$ €.

Exercice 2

1. Vraie
2. Fausse
3. Fausse
4. Vraie
5. Vraie

Exercice 3

Partie A

1. La proposition « L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions.» est-elle vraie ou fausse ?

La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$. Par conséquent, pour tout réel x, $e^{u(x)} > 0$.

$\boxed{\text{La proposition « L'équation } f(x) = 0 \text{ admet deux solutions.» est fausse.}}$

2. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.

- $f(0) = e^{u(0)}$. Or par lecture graphique, $u(0) = 0$. Donc $\boxed{f(0) = e^0 = 1}$

- La fonction polynôme du second degré u est dérivable sur $\mathbb{R}$. Par conséquent, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.
  D'où, $f'(0) = u'(0) \times e^{u(0)}$.

  Le nombre dérivé $u'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente à la parabole C_u au point d'abscisse 0.
  Comme cette tangente passe par l'origne du repère et par le point de coordonnées $(-1; -1)$, on en déduit que $u'(0) = 1$

  $\boxed{\text{Ainsi, } f'(0) = 1.}$

3. Donner le tableau de variation de la fonction f.

Les fonctions u et e^u ont les mêmes variations sur tout intervalle où la fonction u est définie. D'où le tableau de variation de la fonction f :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↗	$\sqrt{e}$	↘	

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 1$.

Pour tout réel x,

$$
\begin{aligned}
e^{x-0,5x^2} = 1 &\iff e^{x-0,5x^2} = e^0 \\
&\iff x - 0,5x^2 = 0 \\
&\iff x(1 - 0,5x) = 0 \\
\text{Soit } &\quad x = 0 \text{ ou } x = 2
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de l'équation } f(x) = 1 \text{ est } S = \{0; 1\}.}$

2. Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant :

dériver $\exp\left(x - \dfrac{x^2}{2}\right)$
$(1 - x)\exp\left(x - \dfrac{x^2}{2}\right)$

a. Déterminer une équation de la tangente T_A à la courbe C_f au point A d'abscisse 0.

D'après le résultat obtenu à l'aide du logiciel de calcul formel :

$$f'(x) = (1 - x)\,e^{x-0,5x^2}$$

Une équation de la tangente T_A à la courbe C_f au point A d'abscisse 0 est :

$$y = f'(0) \times x + f(0)$$

Or $f(0) = 1$ et $f'(0) = 1 \times e^0 = 1$ d'où :

$\boxed{\text{La tangente à la courbe } C_f \text{ au point d'abscisse 0 a pour équation } y = x + 1.}$

b. Déterminer une équation de la tangente T_B à la courbe C_f au point B d'abscisse 2.

Une équation de la tangente T_B à la courbe C_f au point B d'abscisse 2 est :

$$y = f'(2) \times (x - 2) + f(2)$$

Or $f(2) = 1$ et $f'(2) = (1 - 2) \times e^0 = -1$ d'où :