Voici une série de problèmes qui balayent l'ensemble du programme de l'année. Il n'y a pas forcément unicité dans la résolution de ces problèmes. A vous de trouver la méthode efficace pour y arriver !

<u>Problème 1</u>

ABC est un triangle isocèle en A et de périmètre 16 cm. De plus, son aire est égale au quart de l'aire du carré construit sur sa base [BC].
Quelles sont les longueurs des côtés de ce triangle ?

<u>Problème 2</u>

La fonction f est définie pour des valeurs entières par : $\begin{cases} f(n) = \frac{n}{2} & si\ n\ est\ pair \\ f(n) = 2n + 7 & si\ n\ est\ impair \end{cases}$

Calculer $f(5n) - 5f(n)$ pour tout entier n.

La Recherche, Spécial Jeux 2007-08

<u>Problème 3</u>

Pour tout réel x, on pose $f(x) = x - (x + 1) + (x + 2) - (x + 3) + \cdots + (x + 2008) - (x + 2009)$
Calculer l'image de 2 231 par f.

<u>Problème 4</u>

f est une fonction affine telle que :

$f(1) \leq f(3), f(3) \geq f(4)$ et $f(5) = 5$.

Quelle est l'expression de cette fonction affine ?

D'après Olympiades de Belgique

<u>Problème 5</u> *La zone de baignade*

Les moniteurs d'un centre aéré disposent d'une ligne de bouchons de 60 m pour créer une zone rectangulaire de baignade surveillée au bord de la mer.
Trouver les dimensions du rectangle pour que l'aire de la zone de baignade soit maximale.

<u>Problème 6</u> *L'année cachée*

$A = 1005^2 - 1004^2$; $B = \sqrt{1 + 2008\sqrt{1 + 2009 \times 2011}}$;

$C = \sqrt{2002^2 - 2003^2 - 2004^2 + 2005^2 - 2006^2 + 2007^2 + 2008^2}$;

$D = \sqrt{2010^2 + 2011^2 - 2012^2 + 2013^2 - 2014^2 - 2015^2 + 2016^2}$.

<u>Sans calculatrice</u>, comparer les nombres A, B, C et D.

<u>Problème 7</u> *Une histoire de bénéfice…*

Une entreprise a une capacité de production limitée à dix tonnes par mois. Le coût de production de x tonnes par mois est donné, en milliers d'euros par $C(x) = x^3 - 2x^2 + 70x$. Le prix de vente du produit est de 86 milliers d'euros par tonne. En supposant que l'entreprise vende toute sa production, combien doit-elle produire d'objets pour dégager un bénéfice ?

Problème 8 *Une comparaison*

a et b désignent des réels non nuls.
Démontrer que :

$$\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3>2(\frac{a}{b}+\frac{b}{a})$$

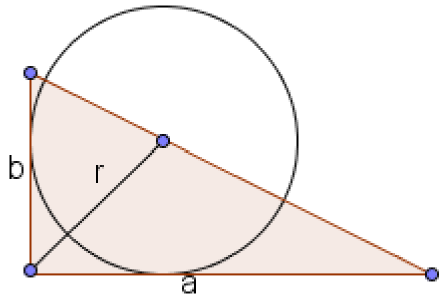
Problème 9

Un parc a la forme d'un hexagone régulier de 2 km de côté. Alice marche le long du périmètre du par cet parcourt 5 km.
A combien de kilomètres en ligne droite est-elle de son point de départ ?

D'après Olympiades de mathématiques

Problème 10

Un cercle est tangent aux deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle et son centre appartient à l'hypoténuse du triangle. Son rayon est r.



1. Si a=6 et b=3, calculer r.
2. Montrer de façon générale que : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{r}$.

Problème 11 *Probabilités et droites*

Dans le plan muni d'un repère, on a marqué les neufs points de coordonnées entières comprises entre 0 et 2.
L'entier m est choisi au hasard parmi 0 ; 1 et -1.
L'entier p est choisi au hasard parmi 0 ; 1 et 2.
On trace la droite y = mx +p.
Quelle est la probabilité pour que la droite passe par trois points du nuage de points ?