Exercice 1

1. D'après le cours :

Propriété Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$. Alors, on a $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Cette dernière expression est appelée la forme canonique de $f(x)$ et on a $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{\Delta}{4a} = f(\alpha)$

2. $f(x) = 4(x-1)^2 + 15$
$g(x) = (x-5)^2 - 16.$

Exercice 2

- $4x^2 - x - 3 = 0$
On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 4 \times (-3) = 1 + 48 = 49 > 0$
Il y a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+7}{8} = 1$ et $x_2 = \frac{1-7}{8} = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$.
Donc $\boxed{S = \{1; -\frac{3}{4}\}}$
- $(t+1)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 = -3$ impossible.
Donc $\boxed{S = \{\emptyset\}}$.
- $x^2 + 10^{50}x + 25 \times 10^{98} = 0$
$\Delta = 10^{100} - 4 \times 25 \times 10^{98} = 10^{100} - 100 \times 10^{98} = 0.$
Il y a une seule solution : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-10^{50}}{2} = -5 \times 10^{49}$.
Donc $\boxed{S = \{-5 \times 10^{49}\}}$.
- $x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -3$.
Donc $\boxed{S = \{-3; 0\}}$.
- $4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (2x-3)(2x+3) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2}$.

  Donc $\boxed{S = \{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\}}$.
- $x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9$ impossible.

  Donc $\boxed{S = \{\emptyset\}}$

Exercice 3

On aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ (1-y)y = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ y - y^2 + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ -y^2 + y + 30 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + 5 = 6; x_2 = 1 - 6 = -5 \\ \Delta = 1 + 120 = 121 > 0; y_1 = -5; y_2 = 6 \end{cases}$$

Donc $\boxed{S = \{(6; -5), (-5; 6)\}}$.

Exercice 4

Soit $n \in \mathbb{N}$.

$$n(n+1) = (n+n+1)^2 \Leftrightarrow n^2 + n = (2n+1)^2 \Leftrightarrow n^2 + n = 4n^2 + 4n + 1 \Leftrightarrow$$

$3n^2 + 3n + 1 = 0.$

On a $\Delta = 9 - 12 = -3 < 0$

<u>On conclut qu'il n'est pas possible de dire que le produit de deux entiers consécutifs est égal au carré de leur somme.</u>