

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Tous les résultats devront être soulignés.

### Exercice 1

Soit  $ABC$  un triangle. On définit les points  $M$ ,  $N$  et  $P$  par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{CN} = \vec{0} \text{ et } \overrightarrow{PC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

1. Démontrer que  $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
2. Faire une figure
3. Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{MN}$ , puis le vecteur  $\overrightarrow{NP}$ , en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$
4. En déduire que les points  $M$ ,  $N$  et  $P$  sont alignés

### Exercice 2

Dans tout l'exercice, le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. Soit les droites  $d$  et  $d'$  d'équations respectives  $2x + y - 4 = 0$  et  $3x - 4y - 17 = 0$ .
  - (a) Tracer ces deux droites et conjecturer graphiquement les coordonnées de leur point d'intersection.
  - (b) Démontrer que les droites  $d$  et  $d'$  sont sécantes.
  - (c) Déterminer par le calcul les coordonnées de leur point d'intersection.
2. On donne les points  $A(0; 4)$ ,  $B(-4; 2)$  et  $C(3; 0)$ .
  - (a) Faire une figure qui sera complétée.
  - (b) Déterminer une équation cartésienne de la médiane issue de  $A$  dans le triangle  $(ABC)$ .  
Tracer cette droite que l'on notera  $d_1$
  - (d)  $d_1$  et  $d$  sont-elles sécantes ? Justifier
3. Etudier la position relative de la droite  $d$  et de la parabole  $P$  d'équation  $y = 2x^2 + x - 1$ .

### Exercice 3

Soit  $ABCD$  un parallélogramme

Soit  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$  un repère

Soit  $M(x; y)$  un point à l'intérieur de  $ABCD$

La droite parallèle à  $(AD)$  passant par  $M$  coupe  $(AB)$  en  $H$  et  $(CD)$  en  $F$  La droite parallèle à  $(AB)$  passant par  $M$  coupe  $(AD)$  en  $E$  et  $(BC)$  en  $G$

1. Faire une figure
2. Déterminer dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$  les coordonnées de tous les points
3. (a) Déterminer une relation entre  $x$  et  $y$  pour  $(EF)$  et  $(GH)$  soient parallèles  
(b) En déduire l'objet géométrique (droite, cercle, parabole, hyperbole, ...) sur lequel sont les points  $M$  pour que  $(EF)$  et  $(GH)$  soient parallèles. On en donnera une équation
4. Déterminer l'objet géométrique sur lequel sont les points  $M$  pour que  $(FG)$  et  $(EH)$  soient parallèles
5. En déduire les points  $M$  tels que  $EFGH$  soit un parallélogramme

### Exercice 4

$ABCD$  est un carré de côté 1 ;  $M, N, P, Q$  sont tels que  $0 \leq x \leq 1$  et  $AM = BN = CP = DQ = x$ .

**On admet que  $MNPQ$  est un carré.**

1. Calculer l'aire du carré que l'on notera  $S(x)$  et montrer que  $S(x) = 2x^2 - 2x + 1$
2. Déterminer le minimum de  $S(x)$  et indiquer en quelle valeur il est atteint.
3. Déterminer  $x$  tel que  $S(x) \leq \frac{5}{9}$ .

### Exercice 5

Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

### Exercice 6

Soit  $x \in \mathbb{R}$

On considère les vecteurs :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x - 3 \\ x^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ x + 1 \end{pmatrix}$$

Déterminer les valeurs de  $x$  s'ils existent pour que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.

**BONUS !**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $\sqrt{2x^2 - 2} = x + 1$ .
2. Abel se lamente : « j'ai acheté des cyprès pour 120 euros chez le vendeur A et je me suis aperçu trop tard que j'en aurais eu deux de plus pour le même prix, chez le vendeur B qui les vend 3 euros de moins. »  
Combien a-t-il acheté de cyprès **chez le vendeur A**, et à quel prix ?

**Barème probable /40 : Ex 1 : 6 Ex 2 : 8 Ex 3 : 11 Ex 4 : 8 Ex 5 : 4 Ex 6 : 3**