

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1

Pour tout x réel, soit $f(x) = x^2 - 2x + m$. P est la courbe représentative de la fonction f .

1. Déterminer m pour que P ne coupe l'axe des abscisses qu'en un seul point.
2. Déterminer m pour que le minimum de f soit 3.
3. Déterminer m pour que P passe par $A(2 ; 5)$.
4. Déterminer m pour que P coupe la droite d d'équation $y = x - 2$ en un point.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{-3x + 8}{x - 2}$.

On donne en annexe sa courbe représentative \mathcal{C}_f .

Partie A

1. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, on a $f(x) = -3 + \frac{2}{x - 2}$.
2. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de f .

Partie B

1. Soit d la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$.
 - (a) Tracer la droite d sur le graphique donné en annexe.
 - (b) Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) - \left(-\frac{1}{2}x - \frac{9}{2}\right) = \frac{x^2 + x - 2}{2(x - 2)}$.
 - (c) Étudier la position relative de la courbe \mathcal{C}_f par rapport à la droite d .
2. On considère maintenant, pour tout réel m , la droite d_m d'équation $y = -\frac{1}{2}x + m$.
3. (a) Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) - \left(-\frac{1}{2}x + m\right) = \frac{x^2 - 2(m + 4)x + 4(m + 4)}{2(x - 2)}$.
 - (b) Étudier, suivant les valeurs de m , le nombre de points d'intersection de la droite d_m avec la courbe \mathcal{C}_f .

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = a\sqrt{x} + b$ où a et b sont deux réels fixés.

On donne $f(1) = -1$ et $f(9) = 3$.

1. Calculer les réels a et b .
2. Déterminer le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de cette fonction.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Exercice 4

On considère la droite (d) d'équation $(2 + m)x + (m^2 - 4)y - 5 = 0$ où m est un réel.

1. Justifier rapidement que le cas $m = -2$ n'est pas possible.
2. Déterminer lorsque cela est possible la ou les valeurs de m dans chacun des cas suivants :
 - (a) (d) est parallèle à l'axe des abscisses.
 - (b) (d) est parallèle à l'axe des ordonnées
 - (c) Le point A de coordonnées $(4; 5)$ appartient à (d)
 - (d) La droite (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $4x - 3my + 0.1 = 0$

Exercice 5

On considère deux points A de coordonnées $(-2; -2)$ et B de coordonnées $(10; 6)$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
2. Déterminer les coordonnées du (ou des) point d'intersection de (AB) avec la courbe d'équation $y = \sqrt{x}$.
On pourra penser à faire le changement de variable $X = \sqrt{x}$

BONUS !

1. Abel se lamente : « j'ai acheté des cyprès pour 120 euros chez le vendeur A et je me suis aperçu trop tard que j'en aurais eu deux de plus pour le même prix, chez le vendeur B qui les vend 3 euros de moins. »
Combien a-t-il acheté de cyprès **chez le vendeur A**, et à quel prix ?
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x + \sqrt{x} - 6 = 0$

Barème probable /40 : Ex 1 : Ex 2 : Ex 3 : Ex 4 : Ex 5 :

ANNEXE

