Lycée militaire de saint-Cyr **DS n°4 de mathématiques** **1 re S - 404**

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ et est représentée par P.

1. Déterminer l'intersection de P avec la droite d'équation $y = -x$.
2. Déterminer le réel p pour que la droite Δ d'équation $y = -x + p$ coupe P **en un seul point**.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par :

$$x \mapsto f(x) = \frac{x^2 - 3x}{-x+1}$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Partie A.

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par $x \mapsto h(x) = \frac{-2}{-x+1}$.
Montrer que h est une fonction décroissante $]1\,;+\infty[$.

On admettra pour la suite qu'elle est aussi décroissante sur $]-\infty\,;1[$.

Partie B.

1. (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, $f(x) = -x + 2 - \frac{2}{-x+1}$
   (b) En déduire les variations de f sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie.
2. Déterminer les intersections de $\mathscr{C}$ avec chacun des axes du repère.
3. Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto k(x) = x - 3$ et $\mathscr{D}$ sa courbe représentative.
   On appelle d la fonction $f - k$ définie pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$.
   (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$, $d(x) = \frac{2x^2 - 7x + 3}{-x+1}$.
   (b) Étudier le signe de $d(x)$ selon les valeurs de x.
   (c) En déduire les positions relatives de $\mathscr{C}$ et de $\mathscr{D}$ selon les valeurs de x.

Exercice 3

Repérer sur le cercle trigonométrique (**en annexe**) les points images des réels suivants :

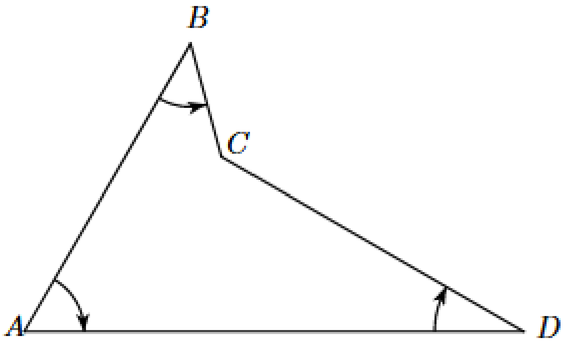
1. A : $-\frac{4\pi}{3}$
2. B : $-\frac{\pi}{6}$
3. C : 7π
4. D : $-\frac{8\pi}{3}$

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$. $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O.
Le point M est un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = \alpha + k \times 2\pi$.
Dans chacun des cas suivants, déterminer la mesure principale de $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ et placer le point M sur $\mathscr{C}$.
a) $\alpha = \frac{131\pi}{12}$; b) $\alpha = -\frac{197\pi}{6}$; c) $\alpha = -\frac{23\pi}{4}$; $\alpha = \frac{31\pi}{3}$.

Exercice 5

$ABCD$ est un polygone tel que les angles $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ ont pour mesures respectives $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{6}$.



(a) Déterminer des mesures de $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD})$.

(b) Calculer la mesure principale de $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$.

BONUS !

Soit P la parabole d'équation $y = x^2 - 4x + 3$.

Donner la représentation graphique de la courbe d'équation $y = |x^2 - 4x + 3|$.

Barème indicatif / 40 : Ex 1 : **Ex 2 :** **Ex 3 :** **Ex 4 :** **Ex 5 :** **Ex 6 :**

ANNEXE

Nom : **Prénom :**