

Quelques exercices sur les polynômes de degré 3**Exercice 1**

Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 2x - 1$.

1. a) A l'aide de votre calculatrice, déterminer la ou les valeurs de x pour lesquelles P s'annule .
b) On pose $x = -1 + h$. Calculer $P(-1 + h)$, mettre h en facteur et déduire une factorisation de $P(-1 + h)$ puis $P(x)$.
c) Résoudre l'inéquation $x^2 - 2 > \frac{1}{x}$.
2. Utiliser la même méthode avec $Q(x) = x^3 - 2x - 4$ et résoudre l'inéquation $Q(x) > 0$.

Exercice 2

Soit le polynôme $P(x) = 6 + 10x + 2x^2 - 2x^3$.

1. Vérifier que $P(-1)=0$ puis que $P(x)$ est factorisable par $x+1$.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x , $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$.
3. Résoudre alors l'inéquation $P(x) > 0$.

Exercice 3

Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 6x^2 - 51x + 280$.

1. Trouver trois réels a, p et q tels que $P(x) = (x + a)^3 + p(x + a) + q$.
2. On pose $X = x + a$.
a) Résoudre l'équation $X^3 + pX + q = 0$ (on cherchera une racine simple α de l'équation puis on factorisera sous la forme $(X - \alpha)Q(X)$ où Q est un polynôme de degré 2.
b) Factoriser alors $P(x)$ et résoudre l'inéquation $P(x) > 0$.