RAPPELS SUR LES FONCTIONS 1re

Soit un ensemble de nombres que l'on appellera D.

Définition Définir une fonction f sur D, c'est associer à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$.
On note : $D \rightarrow \mathbb{R}$
$x \rightarrow f(x)$
On dit que $f(x)$ est l'image de x par f.
On dit que x est l'antécédent de $f(x)$.

Définition Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction est appelé ensemble de définition de la fonction f, que l'on notera généralement D_f.

Définition *Représentation graphique*
Soit f une fonction définie sur D. On munit le plan d'un repère orthonormé.
La courbe représentative (ou représentation graphique) de la fonction f, que l'on notera généralement C_f est l'ensemble des points M de coordonnées (x, y), avec $x \in D$ et $y = f(x)$.

Positions relatives

- Les solutions de l'équation f(x) = g(x) sont les abscisses des points d'intersection éventuels des courbes C_f etC_g.
- Les solutions de l'inéquation f(x) < g(x) sont les abscisses des points de C_f qui sont situés en-dessous de C_g.
  On note f < g et on dit parfois que f est majorée par g.
- Les solutions de l'inéquation f(x) > g(x) sont les abscisses des points de C_f qui sont situés au-dessus de C_g.
  On note f > g et on dit parfois que f est minorée par g.

Définition Soit f une fonction définie sur D. a et b sont deux nombres réels de D.
(i) Dire que f admet un maximum M en a sur D signifie que pour tout nombre réel x de D, $f(x) \leq M$.
(ii) Dire que f admet un minimum m en b sur D signifie que pour tout nombre réel x de D, $f(x) \geq m$.

Définition Soit f une fonction définie sur D. a et b sont deux nombres réels de D.
(i) Dire que f est croissante sur D signifie que pour tous réels a et b de D : si $a \leq b$ alors $f(a) \leq f(b)$.
Autrement dit, les images de a et b sont rangées dans le même ordre que a et b.
(ii) Dire que f est décroissante sur D signifie que pour tous réels a et b de D : si $a \leq b$ alors $f(a) \geq f(b)$.
Autrement dit, les images de a et b sont rangées dans l'ordre inverse que a et b.

Fonctions de référence

1. Fonctions affines

Définition On considère deux nombres réels a et b fixés.
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est appelée fonction affine.

Cas particuliers

- Si b = 0, l'expression de f est $f(x) = ax$ et f est une fonction linéaire.
- Si a = 0, l'expression de f est $f(x) = b$ et f est une fonction constante.

Propriété La représentation graphique de la fonction affine f (définie précédemment) est la droite d'équation $y = ax + b$, qui passe par le point de coordonnées (0,b).

Propriété Soit f une fonction affine définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$.
Alors, pour tous réels x_1, x_2 tels que $x_1 \neq x_2$, on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

Propriétés Soit f une fonction affine définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$.
(i) Si $a > 0$, alors la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.
(ii) Si $a < 0$, alors la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
(iii) Si $a = 0$, alors la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$.

Propriété Soit f une fonction affine définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.
Le signe de $f(x)$ est donné par le tableau suivant :

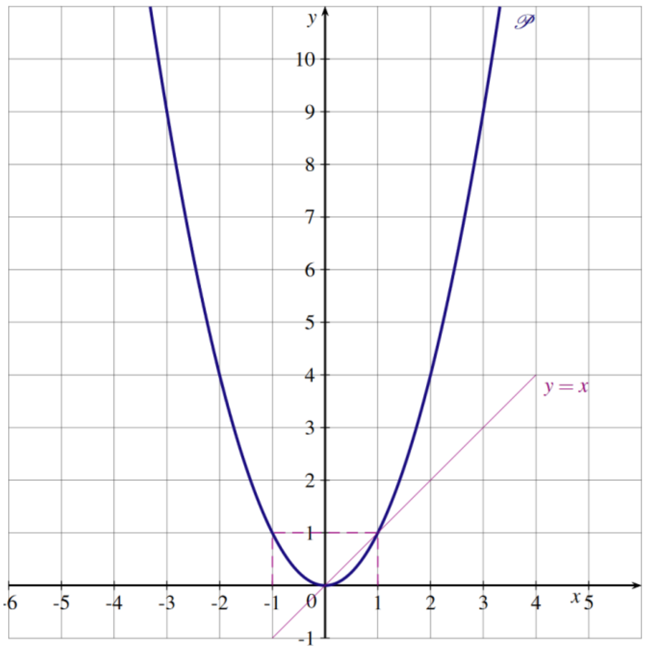
x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		signe de $-a$	0	signe de a	

2. Fonction carré

Définition
La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$

Propriété
(i) La fonction carré est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.
(ii) La courbe représentative de la fonction carré s'appelle une parabole. Dans un repère orthogonal du plan, elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Courbe représentative de la fonction carré



3. Fonction inverse

Définition La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par : $f(x) = \frac{1}{x}$.

Propriété (i) La fonction inverse est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$.
(ii) La courbe représentative de la fonction inverse s'appelle une hyperbole. Dans un repère orthogonal du plan, elle est symétrique par rapport à l'origine.

Courbe représentative de la fonction inverse