

Thème : Fonctions – Suites numériques**Exercice 1**

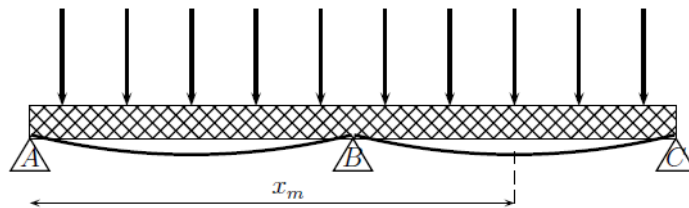
Soit $f(x) = 4x^2 - 3x + 3$ et $g(x) = x + 2$. On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

1. Tracer les courbes C_f et C_g dans un repère orthonormé.
2. a) Déterminer graphiquement les points d'intersections de C_f et C_g .
b) Vérifier par un calcul le résultat obtenu précédemment.
3. a) Déterminer graphiquement la position relative des deux courbes C_f et C_g .
b) Démontrer clairement ce qui précède.

Exercice 2

Une poutre de longueur 2 mètres repose sur trois appuis simples A , B et C , l'appui B étant situé au milieu de $[AC]$.

Elle supporte une charge uniformément répartie de $1\,000 \text{ N.m}^{-1}$ (newtons par mètre). Sous l'action de cette charge, la poutre se déforme.



On démontre que le point situé entre B et C où la déformation (la flèche) est maximum, a une abscisse x_m qui est solution de l'équation :

$$32x^3 - 156x^2 + 240x - 116 = 0.$$

1. Vérifier que 1 est solution de cette équation.
2. Factoriser alors l'équation et la résoudre.
3. En déduire x_m , position de la section de poutre de flèche maximum entre les points B et C .

Exercice 3

Un employeur propose à ses employés deux modes d'augmentation de leur salaire mensuel :

- option A : une augmentation fixe du salaire mensuel de 90€ au 1^{er} janvier de chaque année ;
- option B : une augmentation de 5% du salaire mensuel de l'année précédente au 1^{er} janvier de chaque année.

Dans les options A et B l'augmentation n'a lieu qu'au 1^{er} janvier et les salaires mensuels restent fixes les autres mois de l'année.

En 2019, Anne et Bertrand gagnent mensuellement 1500€ chacun.

Anne choisit l'option A et Bertrand l'option B.

On note respectivement a_n et b_n les salaires mensuels d'Anne et de Bertrand en $(2019 + n)$.

1. Préciser la nature et les éléments caractéristiques (premier terme et raison) de chacune des deux suites (a_n) et (b_n) .
2. Exprimer, pour tout entier naturel n , a_n et b_n en fonction de n .
3. Utiliser un tableur ou la calculatrice pour déterminer l'année à partir de laquelle le salaire mensuel de Bertrand dépassera (strictement) celui d'Anne.
4. Compléter l'algorithme suivant afin qu'il permette de retrouver la réponse obtenue à la question 3.

$N \leftarrow 2019$
$A \leftarrow 1500$
$B \leftarrow 1500$
Tant que ...
$N \leftarrow \dots$
$A \leftarrow \dots$
$B \leftarrow \dots$
Fin Tant que

Exercice 4

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = u_n + 2n - 1$.

1. Calculer les 1^{ers} termes u_1, u_2 et u_3 . La suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
2. On pose $v_n = u_n - 4n + 10$ pour tout entier naturel n .

Calculer les 1^{ers} termes v_1, v_2 et v_3 et démontrer que (v_n) est géométrique.

En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis de u_n en fonction de n .