Lycée militaire de Saint-Cyr	**Contrôle de mathématiques**	**2^{de}**
Thème : (In)équations – géométrie	**Calculatrice autorisée**	**20/01/20**

Nom : **Prénom :**

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation des copies. Tous les résultats devront être soulignés.

Exercice 1

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée, seule la réponse est attendue.

	Enoncé	**Réponse**
1)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2-10=15$	
2)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x-4-(4x^2-16)=7x(2x-4)$	
3)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x^2+8=0$	
4)	Compléter :	$\tan\theta=\cdots$
5)	Soit $A(\sqrt{2}-1\,;\,\sqrt{2})$ et $B(1\,;1)$. Déterminer la valeur exacte de AB.	
6)	Soit $A\left(-\frac{1}{2}\,;-1\right)$ et $B\left(-\frac{5}{2}\,;2\right)$. Vrai ou faux : $I\ \left(-3\,;\frac{1}{2}\right)$ est le milieu de [AB].	
7)	Soit θ un angle aigu tel que $\cos(\theta)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Déterminer la valeur exacte de $\sin(\theta)$.	
8)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $2x-4>4x+12$	
9)	Soit un triangle ABC isocèle en A tel que AB=5 et BC=8. Soit H le pied de la hauteur issue de A. Déterminer la longueur de la hauteur [AH].	
10)	Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=5, AC=12. H est le projeté orthogonal de A sur (BC). En utilisant l'aire du triangle rectangle, déterminer la longueur AH.	

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x^2 - 16 - 2(x+4) \geq 2x(x+4)$

2. $\frac{x}{-x+3} < 9$

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I,J)$. On considère les points $A(2\,;2)$, $B(5\,;1)$ et $C(4\,;-2)$.

1. Faire une figure.
2. Déterminer les coordonnées de K, milieu de [AC].
3. Soit le point D symétrique du point B par rapport à K. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D puis le placer.
4. Déterminer les longueurs AB, BC, CD et AD.
5. En déduire que ABCD est un carré.
6. Soit C le cercle circonscrit au triangle ABD.
   a) Déterminer le rayon du cercle.
   b) Le point $E(2\,;-2)$ appartient-t-il à C ? *Justifier.*

BONUS !!

1. Démontrer que pour tous réels a, b et c on a :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

2. Soient x, y et z des réels non nuls tels que :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

a) Montrer que $xy + yz + zx = 0$

b) En déduire que le carré de la somme de ces trois nombres x, y et z est égal à la somme de leurs carrés.

Barème probable : **Ex 1** : 10 ; **Ex 2** : 5 ; **Ex 3** : 5 **; Bonus : 2**