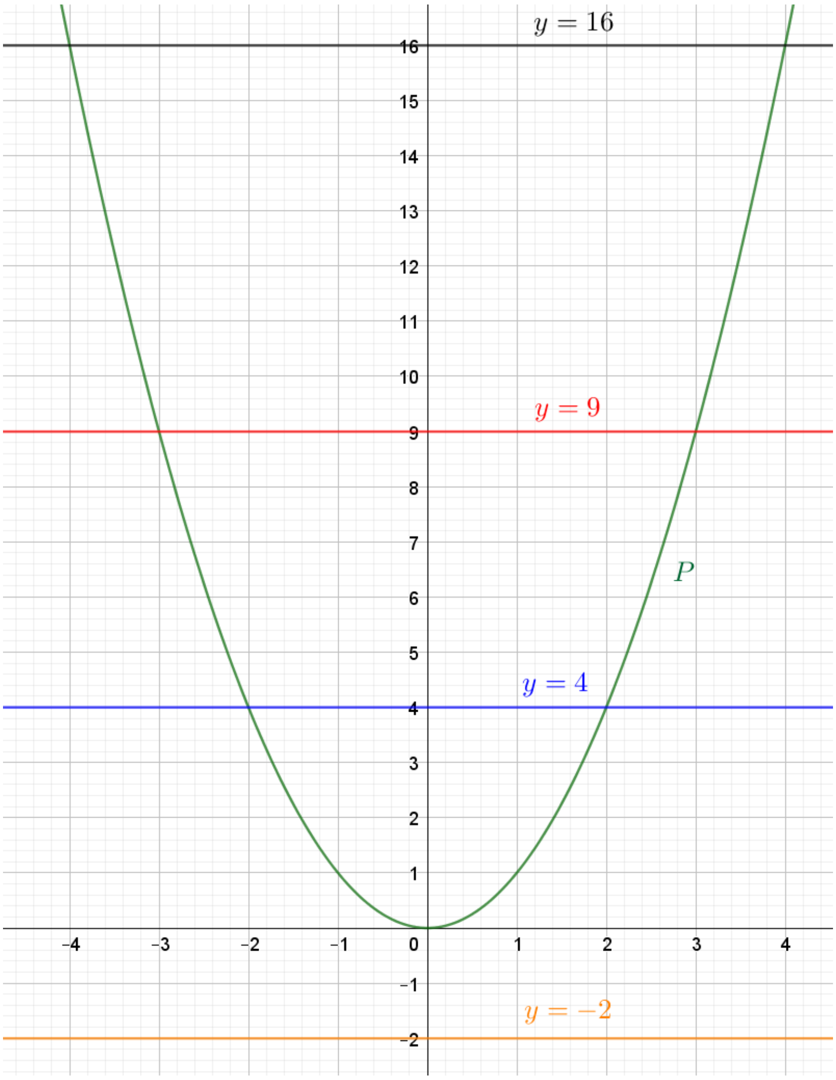
CORRIGE

Exercice 1

1) Voici dans le repère ci-dessous, la courbe *P* de la fonction carré avec des droites « d'appui » pour la question 2).



2) Déterminons graphiquement l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ des inéquations suivantes à l'aide des droites et de la courbe.

- $x^2 \leq 16 : S = [-4\,;4]$
- $x^2 > 9 : S =]-\infty\,;-3[\cup]3\,;\,+\infty[$
- $x^2 < 4 : S =]-2\,;2[$
- $x^2 \leq -2 : S = \emptyset$

Exercice 2

Résolvons les équations suivantes :

1) $x^3 = -27 \Leftrightarrow x = -3$. Donc $S = \{-3\}$.

2) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 8 = \frac{2}{3}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$. Donc $S = \{-4\,;4\}$.

3) $5\sqrt{x} - \frac{2}{5} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{9}{25} \Leftrightarrow x = \frac{81}{625}$. Donc $S = \left\{\frac{81}{625}\right\}$.

4) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 6$. Donc $S = \{6\}$.

5) $\sqrt{x} = -9$, impossible. Donc $S = \emptyset$.

Bonus !

Soit x et y deux réels strictement positifs.

Montrons que $x + y > 2\sqrt{xy}$.

On a pour tout réel *a* et *b* avec $a \neq b$: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab > 0$.

En posant $a = \sqrt{x}$ et $b = \sqrt{y}$ et en supposant $x \neq y$ et strictement positifs, on a :

$$\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2 + \left(\sqrt{y}\right)^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} = x + y - 2\sqrt{xy} > 0 \Leftrightarrow x + y > 2\sqrt{xy}.$$