Formulaire

C'est l'inventaire de toutes les règles de calcul qu'un élève doit connaître à la fin de la Première, chacune d'entre elles étant repérée par un code (R1, S2, …) que l'on retrouvera dans le corrigé. En effet, chaque étape d'un calcul doit pouvoir être justifiée par l'emploi d'une règle.

Mise sous forme canonique du trinôme ax^2+bx+c

(MC) $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2+\beta$.

Pour y parvenir, on factorise par a puis on utilise les deux identités remarquables $(m+p)^2=m^2+2mp+p^2$ et $(m-p)^2=m^2-2mp+p^2$.

Résolution de l'équation du second degré $ax^2+bx+c=0$

(Δ1) Soit $\Delta=b^2-4ac$ (discriminant).

(Δ2) Si $\Delta>0$, il y a 2 solutions : $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

(Δ3) Si $\Delta=0$, il y a 1 solution (double) : $x_0=\dfrac{-b}{2a}$.

(Δ4) Si $\Delta<0$, il n'y a pas de solution (réelle).

Factorisation du trinôme ax^2+bx+c

Soit $\Delta=b^2-4ac$ (discriminant).

(F1) Si $\Delta>0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

(F2) Si $\Delta=0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$.

(F3) Si $\Delta<0$, alors ax^2+bx+c ne peut être factorisé davantage.

Théorème du signe d'un trinôme

(ST) ax^2+bx+c est du signe de a sauf entre les racines.

Nombre dérivée, fonctions dérivées, tangentes, variations

(T0) $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est appelé taux d'accroissement de f en a.

(D0) $f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est appelé nombre dérivé de f en a.

(TABDER)

Fonction $f(x)$	Fonction dérivée $f'(x)$
$f(x)=k$	$f'(x)=0$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$
$f(x)=x^3$	$f'(x)=3x^2$
$f(x)=x^4$	$f'(x)=4x^3$
$f(x)=x^n \ (n\geq 1)$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=\dfrac{-1}{x^2}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

(D1) $(\lambda u)'=\lambda u'$ (λ réel) **(D2)** $(u+v)'=u'+v'$

(D3) $(u\times v)'=u'v+uv'$ **(D4)** $(u^2)'=2uu'$

(D5) $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$ **(D6)** $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

(T1) $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente T_a.

(T2) T_a a pour équation réduite : $T_a : y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Variations d'une fonction par le signe de la dérivée (principe de Lagrange)

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors :

(LG) $\begin{cases} f'(x)>0 \Leftrightarrow \text{f est strictement croissante sur I} \\ f'(x)<0 \Leftrightarrow \text{f est strictement décroissante sur I} \end{cases}$.

Suites numériques

Dans l'expression u_n, n est une variable (tout comme x pour $f(x)$).

(S1) Si $u_n = 2n+18$, alors $u_0 = 2\times 0+18$, $u_1 = 2\times 1+18$, etc.

(S2) Si $u_{n+1} = 2u_n - 3$, alors $u_1 = 2u_0 - 3$, $u_2 = 2u_1 - 3$, etc.

(S3) Si $u_n = 2n+3{,}5$, alors $u_{n+1} = 2\times(n+1)+3{,}5$.

(S4) $\begin{cases} (u_n) \text{ est strictement croissante } \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0 \\ (u_n) \text{ est strictement décroissante } \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \end{cases}$

(S5) Si $u_n > 0$, $\begin{cases} (u_n) \text{ est strictement croissante } \Leftrightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \\ (u_n) \text{ est strictement décroissante } \Leftrightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \end{cases}$

Suites arithmétiques

(u_n) étant une suite arithmétique de raison r

(A1) $u_n = u_0 + nr$.

(A2) $1+2+3+\cdots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

(A3) $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n+1)\dfrac{u_0 + u_n}{2}$.

Suites géométriques

(v_n) étant une suite géométrique de raison q $(q \neq 1)$.

(G1) $v_n = v_0 q^n$ où (v_n) est géométrique.

(G2) $1+q+q^2+\cdots+q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(G3) $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n = v_0\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

Produit scalaire de deux vecteurs
(N) Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ alors $\Vert\vec{u}\Vert=\sqrt{x^2+y^2}$. **(P1)** $\vec{u}\cdot\vec{v}=\Vert\vec{u}\Vert\times\Vert\vec{v}\Vert\times\cos(\vec{u},\vec{v})$. **(P2)** $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'$. **(P3)** $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$. **(P4)** $\vec{u}^2=\Vert\vec{u}\Vert^2$. En particulier $\overrightarrow{AB}^2=\Vert\overrightarrow{AB}\Vert^2=AB^2$. **(P5)** $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$.
Vecteurs directeurs d'une droite
(V1) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(d): y=mx+p$. **(V2)** $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(d): ax+by+c=0$.
Vecteurs normaux d'une droite
(V3) $\vec{n}\begin{pmatrix}-m\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(d): y=mx+p$. **(V4)** $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(d): ax+by+c=0$.
Orthogonalité de deux droites
(O1) $(d_1)\perp(d_2)$ équivaut à $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=0$ avec $\vec{u}_1$ vecteur directeur de (d_1), $\vec{u}_2$ vecteur directeur de (d_2). **(O2)** $(d_1)\perp(d_2)$ équivaut à $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$ avec $\vec{n}_1$ vecteur normal de (d_1), $\vec{n}_2$ vecteur normal de (d_2).

Angles associés (Trigonométrie)

(t1) $\begin{cases} \cos(-x) = \cos(x) \\ \sin(-x) = -\sin(x) \end{cases}$

(t2) $\begin{cases} \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x) \\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x) \end{cases}$

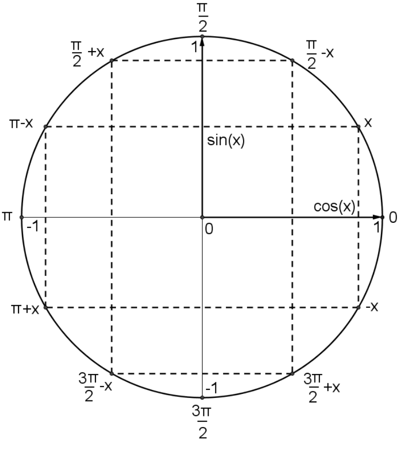
(t3) $\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos(x) \\ \sin(\pi - x) = \sin(x) \end{cases}$

(t4) $\begin{cases} \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x) \\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x) \end{cases}$

(t5) $\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos(x) \\ \sin(\pi + x) = -\sin(x) \end{cases}$

(t6) $\begin{cases} \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin(x) \\ \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos(x) \end{cases}$

(t7) $\begin{cases} \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = \sin(x) \\ \sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos(x) \end{cases}$



Trigonométrie (formules)

(t8) Formule clef de la Seconde : $\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1$. D'où :

(t9) $\cos^2(\theta)=1-\sin^2(\theta)$ et $\sin^2(\theta)=1-\cos^2(\theta)$

Valeurs remarquables :

(R1)

$\cos(0)=1$, $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos(\pi)=-1$,

$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0$,

$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(R2)

$\sin(0)=0$, $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$, $\sin(\pi)=0$,

$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-1$,

$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$.

(AD) Formules d'addition : $\begin{cases}\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)\\ \sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\sin(b)\cos(a)\\ \sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\sin(b)\cos(a)\end{cases}$.

(D) Formules de duplication : $\cos(2\theta) = \begin{cases} \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \\ 2\cos^2(\theta) - 1 \\ 1 - 2\sin^2(\theta) \end{cases}$ et $\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$.
(L) Formules de linéarisation : $\cos^2(a) = \dfrac{1+\cos(2a)}{2}$ et $\sin^2(a) = \dfrac{1-\cos(2a)}{2}$.
Équations de cercles
(E1) Équation du cercle de centre $\Omega\begin{pmatrix} x_\Omega \\ y_\Omega \end{pmatrix}$ et de rayon R : $(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$. **(E2)** $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ appartient au cercle de diamètre [AB] » équivaut à : « BMA est rectangle en M » soit $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ soit $(x_A - x)(x_B - x) + (y_A - y)(y_B - y) = 0$.

Note : le formulaire est téléchargeable gratuitement sur le site www.editions-ellipses.fr/